

УДК 351.814.331

DOI 10.51955/2312-1327_2025_1_22

УНИФИЦИРОВАННАЯ МЕТОДИКА ПЛАНИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ЧЕТЫРЁХМЕРНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ПОЛЁТА НА КРЕЙСЕРСКОМ ЭТАПЕ ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ ВОЗДУШНОГО ДВИЖЕНИЯ

*Нгуен Тхи Линь Фьонг^{1,2},
orcid.org/0000-0001-8932-6821,*

¹аспирант

*¹Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет),
Волоколамское ш., д. 4
Москва, 125993, Россия*

*²преподаватель-исследователь
²Вьетнамская Авиационная Академия,
104 ул. Нгуен Ван Чой, квартал 8, район Фу Ньюан
Хошимин, Вьетнам
phuongntlp@vaa.edu.vn*

*Евгений Сергеевич Неретин,
orcid.org/0000-0003-0174-8929,*

*кандидат технических наук, доцент
Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет),
Волоколамское ш., д. 4
Москва, 125993, Россия
neretines@mai.ru*

*Нгуен Ныы Ман,
orcid.org/0000-0003-4176-101X,
кандидат технических наук*

*Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет),
Волоколамское ш., д. 4
Москва, 125993, Россия
nguenntm@mai.ru*

Аннотация. В данной работе предложена унифицированная методика для решения задач планирования и коррекции оптимальных четырёхмерных траекторий (4D-траекторий) полёта воздушного судна (ВС) по заданным всеми участниками сообщества организации воздушного движения (ОрВД) критериям оптимальности с учётом влияния ветровой обстановки, запретных для полётов зон, движущихся зон сложных метеоусловий и других воздушных судов. Чтобы решить поставленные задачи применяются модели многослойной нейронной сети для построения предпочитаемых пользователем траекторий на базе обучения данных реализованных полётов по соответствующему маршруту, A-star алгоритм для формирования оптимальных траекторий облета стационарных и перемещающихся зон опасного сближения ВС, а также кривая Безье для сглаживания сформулированных A-star алгоритмом кусочно-линейных траекторий по требованиям к безопасным допускам траекторий полётов ВС. Для того чтобы

продемонстрировать эффективность применения предложенной методики, проведём серию экспериментов как при планировании оптимальных 4D-траекторий с нуля, так и при их коррекции в полёте, учитывая наличие опасных зон (ОЗ) в ВП и их отсутствие.

Ключевые слова: планирование оптимальных четырёхмерных траекторий полёта, коррекция оптимальных четырёхмерных траекторий полёта, модели многослойной нейронной сети, A-star алгоритм, кривая Безье.

UNIFIED METHODOLOGY FOR PLANNING OPTIMAL FOUR-DIMENSIONAL FLIGHT TRAJECTORIES AT THE CRUISING STAGE IN AIR TRAFFIC MANAGEMENT

*Nguyen Thi Linh Phuong^{1,2},
orcid.org/0000-0001-8932-6821,*

¹Ph. D. Student

*¹Moscow Aviation Institute (National Research University),
4, Volokolamskoe shosse
Moscow, 125993, Russia*

²teacher-researcher

*²Vietnam Aviation Institute,
104 Nguyen Van Troi, Ward 8, Phu Nhuan District
Ho Chi Minh City, Vietnam
phuongntlp@vaa.edu.vn*

Evgeny S. Neretin,

orcid.org/0000-0003-0174-8929,

*Candidate of Technical Sciences, Associated Professor
Moscow Aviation Institute (National Research University),
4, Volokolamskoe shosse
Moscow, 125993, Russia
neretines@mai.ru*

Nguyen Nhu Man,

orcid.org/0000-0003-4176-101X,

*Candidate of Technical Sciences
Moscow Aviation Institute (National Research University),
4, Volokolamskoe shosse
Moscow, 125993, Russia
nguenm@mai.ru*

Abstract. This paper proposes a unified methodology for solving the problems of planning and correcting optimal four-dimensional flight trajectories of an aircraft according to the optimality criteria specified by all participants in the air traffic management (ATM) community, taking into account the influence of wind conditions, no-fly zones, moving zones of difficult weather conditions and other aircrafts. To solve mentioned problems, multilayer neural network models are used to construct user-preferred trajectories based on training the data of completed flights along the corresponding route, the A-star algorithm is used to generate optimal trajectories bypassing stationary and moving zones of dangerous proximity of aircraft, as well as the Bezier curve is used to smooth the piecewise linear trajectories formulated by the A-star algorithm according to the requirements for safe tolerances of aircraft flight trajectories. In order to demonstrate the effectiveness of using the proposed methodology, the authors conducted a series of experiments both when planning optimal trajectories pre-departure

and when correcting them in flight, taking into account the presence of danger zones (DZ) in the airspace and without them.

Keywords: optimal four-dimensional flight trajectory planning, optimal four-dimensional flight trajectories correction, multilayer neural network models, A-star algorithm, Bezier curve.

Введение

Модули В0-40, В1-40 и В3-05, указанные в Глобальном аэронавигационном плане (ГАНП) [Глобальный аэронавигационный план..., 2013; Глобальный аэронавигационный план..., 2016], предусматривают внедрение новых концепций и технологий, обеспечивающих возможность использования 4D-траекторий (широта, долгота, высота, время) и управления скоростью с целью повышения уровня безопасности полётов и эффективности процесса принятия решений Организации воздушного движения (ОрВД), в частности, операций, основанных на 4D-траектории полёта (ТВО – trajectory-based operations). Многие страны и эксплуатанты самолетов уже проводят тестирование и выполняют полёты по маршрутам с 4D-траекторией. В настоящее время все самолеты Airbus и новые модели самолетов Boeing оснащены авионикой, соответствующей требованиям четырёхмерной навигации. 4D-траектория является ключевой концепцией для ICAO, NextGen в США, а также для SESAR в Европе и будущих проектов органов воздушного движения в других странах. Несмотря на разнообразие разрабатываемых технологий и инструментов, концепция и предполагаемое применение 4D-траекторий остаются практически неизменными.

Внедрение операций, основанных на траекториях полёта, способствует более полному пониманию будущих условий ОрВД, включая интеграцию эксплуатационных задач за счет повышения уровня ситуационной осведомленности и совместного использования данных бортовых и наземных систем при принятии стратегических и тактических решений. Эта интегрированная четырёхмерная информация о траектории синхронизируется и передается операторам воздушных судов, поставщикам аэронавигационного обслуживания и другим заинтересованным сторонам для применения в стратегическом планировании и принятии тактических решений (Рис. 1).



Рисунок 1 – Использование траектории для принятия решений в ТВО [Mondoloni et al., 2020, p. 100640]

Материалы, методы, принятые допущения и критерии оптимальности

При решении задачи разработки методик для планирования оптимальных 4D-траекторий полёта на крейсерском этапе были использованы методы теории графов, статистического анализа, системного анализа, искусственного интеллекта, методы оптимизации, численные методы математического анализа, метод объектно-ориентированного программирования и компьютерного моделирования, методы экспериментальных исследований, методы имитационного моделирования.

Результат анализа документов ИКАО, научных исследований и результатов практических проектов показывает, что цели участников сообщества ОрВД при планировании оптимальных траекторий полёта заключаются в следующих критериях оптимальности: минимизация длины линии фактического пути (ЛФП) 4D-траектории, минимизация расхода топлива, минимизация времени полёта, минимизация сбора аэронавигационных услуг, максимизация точности выдерживания конструируемой траектории и возможности предотвращения опасных сближений с другими ВС и стационарными/перемещающимися запретными зонами ВП. Эти факторы являются ключевыми для обеспечения требуемого уровня безопасности полётов и для принятия экипажем решения о выборе оптимальной траектории полёта.

Различные участники ОрВД предлагают изменения к согласованной траектории в соответствии с индивидуальными целями оптимизации. Должна быть установлена эффективная координация, чтобы гарантировать, что эти цели соответствующим образом будут обеспечены или определена приоритетность целей для достижения осуществимого решения по траектории. Следует отметить, что для обеспечения возможности выполнения воздушным судном полёта по согласованной наиболее оптимальной траектории в качестве общего плана для всех участников ОрВД необходимо учитывать следующие важные ограничения:

- *Облет стационарных и перемещающихся опасных зон в ВП.* В данной работе применяется предложенная в [Нгуен и др., 2024] методика идентификации и разрешения конфликтных ситуаций в крейсерском режиме полёта на основе узлов четырёхмерной сетки (4D-сетка) и алгоритма поиска кратчайшего пути A^* для формирования траекторий облета как стационарных, так и перемещающихся зон сложных метеоусловий, запретных зон или зон опасного сближения с другими ВС-нарушителями. При этом, координаты таких зон вписаны в список CLOSE как нерассмотренные узлы сетки при генерации оптимальных 4D-траекторий полёта алгоритмом A^* .

- *Наблюдение норм эшелонирования.* Согласно рекомендациям ИКАО [Руководство по применению минимума..., 2012; Правила аэронавигационного обслуживания..., 2016], в воздушном пространстве устанавливаются минимальные интервалы вертикального эшелонирования – 300 м (1000 фут) между воздушными судами до эшелона полёта FL290 и между воздушными судами с применением сокращённых интервалов вертикального эшелонирования (RVSM) от эшелона

полёта FL290 до эшелона полёта FL410. Минимум горизонтального эшелонирования при использовании системы наблюдения обслуживания воздушного движения (радар, АЗН-В или MLAT), предписанный в документе [Правила аэронавигационного обслуживания..., 2016], составляет 5 морских миль на крейсерском участке маршрута полёта.

- *Обеспечение безопасности полётов по требованиям к летно-техническим характеристикам ВС.* Для решения поставленной задачи с использованием модифицированного алгоритма A* были установлены размеры шага координатной сетки пространства: 1000 футов по вертикальной оси и 5 морских миль по горизонтальной. Такие параметры обеспечивают соответствие требованиям по точности траекторных вычислений и безопасности полётов [Нгуен и др., 2024].

На крейсерском этапе полёта изменения метеорологических условий или воздушного трафика могут потребовать изменения высоты крейсерского полёта самолета, включая ее повышение или снижение. Угол наклона траектории в узловых точках предложенной координатной сетки пространства принимается равным либо 0° , либо максимальному значению $\theta_{\max} \approx 2.655^\circ$. Эти параметры обеспечивают безопасность движения воздушного судна с учетом его летно-технических характеристик и динамических особенностей [Нгуен и др., 2024].

$$\theta_{\max} = \arctan\left(\frac{\pm 1000 \text{ ft}}{\sqrt{(5MN)^2 + (5MN)^2}}\right) = \pm 2.655^\circ. \quad (1)$$

Следует отметить, что перемещение ВС в перпендикулярном направлении отключено (т. е движение ВС к точке над и под текущей точкой запрещено).

В результате вычислений модифицированный алгоритм A* формирует траектории в виде ломаных линий с углами поворота 90° и 135° , проходящих через последовательные соседние точки с известными координатами. Однако в поворотных пунктах маршрута (ППМ) изменение курса с учетом динамических характеристик воздушного судна делает движение по таким траекториям невозможным. Следовательно, для обеспечения безопасности полётов и точности планирования 4D-траекторий необходимо сгладить участки поворотов, обеспечив переход между ними по дугам с радиусом R, который определяется путевой скоростью воздушного судна и допустимым углом крена.

$$R = \frac{GS^2}{g \cdot \tan \gamma}, \quad (2)$$

где GS – путевая скорость ВС на рассматриваемых участках (м/с); R – радиус поворота (м); $g = 9.31 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; $\gamma = 5^\circ$ – допустимый угол крена ВС для поворотов на больших высотах.

Для планирования оптимальной 4D-траектории, по которой движение ВС будет возможным с учетом динамических особенностей ВС и устранения его

сближений с опасными зонами в ВП, в данной работе используются цифровой фильтр Савицкого-Голея третьего порядка и кубическая кривая Безье для сглаживания данных и построения сглаженной траектории внутри допустимого коридора заданного размера, соответствующего требуемой навигационной спецификации (в данной работе применяется RNAV/RNP2) и не превышающего вышеуказанные нормы эшелонирования.

Для повышения эффективности совместного принятия решений участниками сообщества организации воздушного движения (ОрВД) необходимо обеспечить доступ к точной, надежной и своевременной информации о состоянии воздушного пространства и его использования. Качество и доступность такой информации напрямую влияют на уровень ситуационной осведомленности экипажей воздушных судов и диспетчеров, что оказывает существенное влияние на процесс выбора согласованной траектории полёта.

Как правило, выбираемая траектория должна быть оптимальной в соответствии с заданными критериями. В предлагаемой методике, в качестве критериев оптимальности рассматриваются: минимальное расстояние (длина линии заданного пути, ЛЗП) между начальной и конечной точками траектории; минимальный расход топлива; минимальное время полёта; минимальный сбор за аэронавигационное обслуживание (АНО); минимальное отклонение от заданного эшелона; минимальная погрешность определения координат ВС у спутниковых систем навигации (ССН) ГЛОНАСС и минимальное отклонение от требуемого времени прибытия (RTA) при условии обеспечения требуемого уровня безопасности полёта по ней.

- *Минимизация отклонения от пунктов обязательных донесений.* Пункт обязательных донесений (ПОД) представляет собой установленную точку на воздушной трассе, местной воздушной линии, маршруте полёта, схеме вылета или захода на посадку, пролет которой летный экипаж воздушного судна сообщает органу ОВД [Приказ Минтранса России ..., 2011]. Обычно, чтобы обеспечить безопасность, эффективность и регулярность воздушного движения, ПОД размещаются на пересечении воздушных маршрутов, на границах передачи между различными диспетчерскими пунктами, а также в точках входа и выхода на маршруты с процедурой захода на посадку и покидания зоны аэродрома.

Необходимость доклада о прохождении каждого ПОД может быть отменена диспетчером в случае наличия точной технической информации о местоположении воздушного судна (вторичная радиолокация). В этом случае диспетчер уведомляет о следующем ПОД или другом ориентире, через который экипаж должен пролететь.

Для повышения точности выполнения полёта по планируемой траектории необходимо минимизировать отклонение этой траектории от ПОД, через которые ВС должно пролететь.

- *Минимизация отклонения от предпочитаемой пользователем траектории.* Предпочитаемая пользователем траектория (ППТ) представляет

собой маршрут полёта, который наилучшим образом соответствует ожиданиям пользователя. Выдаваемая системой траектория будет всегда нацелена на то, чтобы попытаться в максимально возможной степени приблизиться к этим ожиданиям. При переходе от используемой в настоящее время модели ОрВД к концепции организации движения на основе траектории полёта, производство полётов будет организовано так, чтобы обеспечить оптимальный системный результат при минимальном отклонении от четырёхмерной ППТ [Глобальная эксплуатационная концепция..., 2005].

В данной работе предпочитаемая пользователем траектория формируется с использованием метода машинного обучения, предложенного в работах [Neretin et al., 2022; Neretin et al., 2023], который основан на модели многослойной нейронной сети, обученной на данных о выполненных полётах по соответствующему маршруту.

- *Минимизация расхода авиатоплива или минимизация времени полёта применением индекса стоимости.* Индекс стоимости (Cost Index) представляет собой соотношение стоимости единицы времени на эксплуатацию ВС к стоимости единицы топлива.

$$CI = \frac{C_t}{C_f}, \quad (3)$$

где C_f – стоимость единицы затрачиваемого на полёт топлива; C_t – стоимость единицы затрачиваемого на полёт времени.

Индекс стоимости является эффективным и гибким инструментом для контроля расхода топлива и времени полёта за счет замены увеличенного количества топлива на сокращение времени полёта или наоборот.

Для планирования оптимальных траекторий по критерию минимизации расхода топлива и/или затрачиваемого времени, индекс стоимости должен находиться в пределах от нуля до максимального значения. Такие значения определяются авиакомпаниями в зависимости от стратегии полётов. Диапазон значений индекса стоимости для рассматриваемого в данной работе самолета Боинг 747-400 составляет от 0 до 9999 [Roberson, 2007], при этом $M=80$ является наивыгодным числом Маха данного самолета.

С целью уменьшения избыточных вычислений при обеспечении значимых расчетных данных результатов, в данной работе используются два предельных значения ($M=0$ и $M=9999$) и наивыгодное значение ($M=80$) числа Маха в экспериментах.

- *Минимизация аэронавигационного сбора.* Каждый полёт обязан уплачивать сбор за аэронавигационное обслуживание при перелёте воздушного пространства государства, включающее в себя предоставление средств навигации и связи, обслуживание воздушного движения, предоставление метеорологической и аэронавигационной информации, а также осуществление операций по поиску и спасанию экипажей и пассажиров ВС, находящихся в бедственной ситуации

[Правила государственного регулирования сборов..., 2011]. Аэронавигационный сбор составляет существенную долю в общей стоимости полёта, особенно для международных полётов, пролетающих через ВП разных государств.

В данной работе сбор за аэронавигационное обслуживание полёта (С) был приближен путем суммирования сборов за перелёт через секторы. Другими словами, даже если ВС пролетит через один и тот же сектор несколько раз, соответствующий сбор за аэронавигационное обслуживание учитывается в целевой функции только один раз для данного сектора. Для реализации этого расчета переменной С в каждой точке координатной сетки присваивается индекс, отражающий принадлежность данной точки к определенному сектору. В ходе работы алгоритма A^* сбор за АНО в последовательных точках траектории, расположенных в одном секторе, обновляется путем присвоения значения 0 сбору в рассмотренных точках и установления сбора для рассматриваемой точки. Этот процесс продолжается до получения результативной оптимальной 4D-траектории полёта.

- *Минимизация отклонения от требуемого времени прибытия.* Требуемое время прибытия (Required Time of Arrival, RTA) в контексте Международной организации гражданской авиации (ИКАО) – это планируемое время прибытия воздушного судна в конкретную точку пути, которое является результатом расчетов и координации между пилотами и диспетчерами с учетом множества факторов, таких как погодные условия, планируемая скорость полёта, дорожная задержка и другие параметры, чтобы обеспечить безопасное и эффективное движение воздушных судов. Требуемое время прибытия (RTA) может применяться диспетчерами, обеспечивающими обслуживание на маршруте и в ТМА в целях согласования спроса/пропускной способности, регулирования потоков и установления очередности прибытия ВС. Это также способствует оптимальному управлению траекторией полёта ВС со стороны пилотов и уменьшению количества случаев неэффективного тактического вмешательства органов УВД за счет своевременного планирования движения ВС по маршруту и организации их прибытия, что способствует повышению степени оптимизации профиля и предсказуемости полётов ВС, а также позволяет повысить стабильность и надежность очередности, установленной органом УВД. Это должно привести к уменьшению необходимости выполнения воздушными судами полётов в зоне ожидания, для которых характерно неэффективное сжигание топлива, а также связанное с этим химическое и шумовое загрязнение.

Следовательно, важным критерием при планировании оптимальной 4D-траектории полёта является минимизация отклонения от требуемого времени прибытия (RTA), что позволит пользователям ВП и поставщикам ОВД улучшить организацию своей деятельности за счет расширения возможностей прогнозирования.

- *Минимизация погрешности определения координат ВС.* Обеспечение точности выдерживания запланированной траектории в ходе выполнения полёта

по ней является одной из самых необходимых задач при планировании оптимальной 4D-траектории полёта, поскольку в случае недостаточной точности выдерживания траектории, длина линии фактического пути (ЛФП) может значительно превысить расчетное значение – длину линии заданного пути (ЛЗП) и стать больше, чем при полёте по траектории с большей длиной расчетной ЛЗП, но построенной в высокоточном навигационном поле.

Известно, что точность ССН в значительной степени зависит от геометрии расположения навигационных спутников (НС) относительно потребителя. Параметром, оценивающим влияние геометрии размещения НС на точность определения координат, является геометрический фактор (*PDOP*), который изменяется по времени в трехмерном пространстве [Скрыпник и др., 2020].

$$PDOP^2 = HDOP^2 + VDOP^2, \quad (4)$$

где *PDOP* – ГФ в пространстве, *HDOP* – ГФ в горизонтальной плоскости, *VDOP* – ГФ в вертикальной плоскости.

В данной работе предлагаемые алгоритмы конструируют оптимальную траекторию так, чтобы обходить участки с «плохими» значениями *PDOP*, обеспечивая в среднем минимальное значение *PDOP* по траектории полёта. Данные о точности ГЛОНАСС загружены на сайте <https://glonass-iac.ru>.

Дискуссия

На крейсерском этапе полёта пересмотр траектории может быть инициирован органами управления воздушным движением (УВД) из-за секторного планирования или конфликтов, а также по запросу экипажей воздушных судов. Это может быть вызвано неоптимальными летными характеристиками или целью увеличения эффективности и летно-технических характеристик полёта.

Предложенные в работах [Арефьева, 2019; Будков, 2021; Fett, 2014] методы решения задачи планирования оптимальных 4D-траекторий полёта ВС не предоставляют унифицированного подхода к решению данной многокритериальной задачи оптимизации, что приводит к недостаточной согласованности и координации между участниками системы ОрВД при совместном принятии стратегических и тактических решений. Во всех вышеуказанных работах оптимальная траектория полёта строилась без учета взаимодействия с другими ВС, находящимися в том же времени и воздушном пространстве, а также без учета перемещающихся зон сложных метеоусловий, которые часто появляются в ходе полёта ВС. В работе [Fett, 2014] рассматривались три критерия оптимальности: длина траектории полёта, расход топлива, время полёта с учетом стационарных запретных зон и зон ограничения полётов. В работе [Арефьева, 2019] рассматривались два критерия оптимальности: длина траектории полёта и точность ССН ГЛОНАСС с учетом стационарных

запретных зон и зон опасных метеообразований. В работе [Будков, 2021] рассматривались четыре критерия оптимальности: длина траектории полёта, расход топлива, время полёта и выдерживание требуемого времени прибытия (RTA) с учетом влияния стационарных запретных зон и ветровой обстановки с постоянными скоростью и направлением.

Показано, что в краткосрочной перспективе одним из наиболее перспективных решений проблем, связанных с расходом топлива, выбросами, насыщенностью воздушного пространства и перегруженностью органов ОрВД, является оптимизация траекторий полёта. Это решение становится осуществимым в основном благодаря развитию передовых инструментов и систем планирования полётов и внедрению перспективных регламентированных ICAO технологий. Инструменты и системы следующего поколения должны будут развиваться для поддержки будущих концепций, таких как 4D-траектория и операция, основанная на траектории полёта [Method for calculating..., 2021]. Эти концепции направлены на повышение эффективности полётов, предсказуемости расписания за счет лучшего прогнозирования и гармонизации траекторий полётов воздушных судов. Для того чтобы реализовать предусматриваемые эксплуатационные преимущества 4DT-ТВО, необходимо разработать методики и алгоритмы для точного расчета 4D-траекторий полётов, что сыграет важную роль в разработке FMS следующего поколения, а также в совершенствовании инструментов поддержки принятия решений, необходимых для снижения рабочей нагрузки экипажей ВС и авиадиспетчеров.

Следовательно, возникает задача исследования и разработки унифицированной методики для планирования оптимальных 4D-траекторий полёта, учитывая цели всех участников системы ОрВД под влиянием фактической ветровой обстановки, перемещающихся зон сложных метеоусловий, постоянных/временных запретных зон и движения других ВС.

Результаты

В любых конкретных условиях процесс планирования можно разбить на три основных этапа: стратегическое планирование, предтактическое планирование и тактическое планирование¹. Однако сама задача планирования оптимальной 4D-траектории полёта может быть разделена на две основные подзадачи: планирование оптимальной траектории полёта перед полётом по требуемой глубине; коррекция оптимальной траектории полёта в полёте по необходимости. Поэтому разработка алгоритмов для решения поставленной задачи и оценка эффективности их применения осуществляются в ходе решения подзадач: Планирование оптимальных 4D-траекторий с нуля и Коррекция оптимальных 4D-

¹ Малыгин В. Б. Характеристики перспективной системы организации воздушного движения: учебно-методическое пособие по изучению дисциплины. Воронеж: ООО «МИР», 2019. 100 с.

траекторий относительно запланированной траектории при возникновении незапланированных нештатных факторов.

Целевая функция модифицированного алгоритма A-star

Предлагаемая целевая функция содержит более, чем одну независимую переменную, а значит рассматривается задача многокритериальной оптимизации. Математическая формулировка целевой функции имеет следующий вид:

$$J = \sum_{i=1}^N f_{s_{i-1}s_i} = \sum_{i=1}^N g_{s_{i-1}s_i} + \sum_{i=1}^N h_{s_{i-1}s_i} \rightarrow \min \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{Здесь, } g_{s_{i-1}s_i} = & \Delta_{L_i} + k_{\text{ПОД}} \Delta_{\text{ПОД}_i} + k_{\text{ППТ}} \Delta_{\text{ППТ}_i} + k_{\text{мон}} \frac{1}{1+CI} m_{s_{i-1}s_i} + k_{\text{ер}} \frac{CI}{9999} \Delta t_{s_{i-1}s_i} \\ & + k_{\text{АНО}} C_{s_{i-1}s_i} + k_{\text{ЭШ}} \Delta H_{s_i} + k_{\text{RTA}} \Delta t_{\text{RTA}_i} + k_{\text{PDOP}} \Delta_{\text{PDOP}_i} \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} h_{s_i s_N} = & \Delta_{L_N} + k_{\text{ПОД}} \Delta_{\text{ПОД}_N} + k_{\text{ППТ}} \Delta_{\text{ППТ}_N} + k_{\text{мон}} \frac{1}{1+CI} m_{s_i s_N} + k_{\text{ер}} \frac{CI}{9999} \Delta t_{s_i s_N} \\ & + k_{\text{АНО}} C_{s_i s_N} + k_{\text{ЭШ}} \Delta H_{s_N} + k_{\text{RTA}} \Delta t_{\text{RTA}_N} + k_{\text{PDOP}} \Delta_{\text{PDOP}_N} \end{aligned} \quad (5.2)$$

где: Δ_{L_i} – ортодромия от S_{i-1} до S_i (км); $\Delta_{\text{ПОД}_i}$ – расстояние от S_i до ПОД (км); $\Delta_{\text{ППТ}_i}$ – расстояние от S_i до ППТ (км); CI – индекс стоимости; $m_{s_{i-1}s_i}$ – расход топлива на расстояние от S_{i-1} до S_i (кг); $\Delta t_{s_{i-1}s_i}$ – время полёта от s_{i-1} до s_i (с); $C_{s_{i-1}s_i}$ – сбор за аэронавигационное обслуживание от S_{i-1} до S_i (денежные единицы); ΔH_{s_i} – расстояние от S_i до заданного эшелона; Δt_{RTA_i} – отклонение расчетного времени прибытия (ETA) в S_{i-1} от требуемого времени прибытия (RTA) в ПОД S_i ; Δ_{PDOP_i} – значение PDOP в точке S_i ; Δ_{L_N} – ортодромия от S_i до S_N (км); $\Delta_{\text{ПОД}_N}$ – расстояние от ПОД S_i до S_N (м); $\Delta_{\text{ППТ}_N}$ – расстояние от S_i до S_N (м); $m_{s_i s_N}$ – расход топлива на расстояние от S_i до S_N (кг); $\Delta t_{s_i s_N}$ – время полёта по ортодромии от S_i до S_N (с); $C_{s_i s_N}$ – суммарный сбор за аэронавигационное обслуживание в различных зонах/секторах УВД от S_i до S_N (денежные единицы); ΔH_{s_N} – расстояние от S_N до заданного эшелона; Δt_{RTA_N} – отклонение расчетного времени прибытия (ETA) в ПОД S_i от требуемого времени прибытия (RTA) в S_N ; Δ_{PDOP_N} – сумма значений PDOP в точках, ближайших к ортодромии от S_i до S_N ; и штрафные коэффициенты: $0 \leq k_{\text{ПОД}}, k_{\text{ППТ}}, k_{\text{мон}}, k_{\text{ер}}, k_{\text{АНО}}, k_{\text{ЭШ}}, k_{\text{RTA}}, k_{\text{PDOP}} \leq k_{i_нор}$.

На больших расстояниях, с учетом кривизны земной поверхности, для применения алгоритма A* при поиске оптимальных 4D-траекторий по узлам координатной сетки, необходимо сначала преобразовать данные из геодезической системы в прямоугольную систему координат. Координаты точек оптимальных 4D-траекторий, полученные в ходе экспериментов, также требуют обратного

преобразования в геодезическую систему координат для использования в системах, взаимодействующих с графическими объектами [Нгуен и др., 2024].

Определение пороговых значений штрафных коэффициентов в целевой функции

Под пороговым значением штрафного коэффициента ($k_{i_пор}$) понимается такое значение штрафного коэффициента, при котором целевая функция (5) достигает насыщенного оптимального значения с учетом выявления и устранения сближений ВС с опасными зонами (запретные зоны, зоны сложных метеоусловий, зоны опасного сближения с другими ВС), а время работы предлагаемого алгоритма не превышает требуемую глубину планирования.

Чтобы определить пороговое значение каждого штрафного коэффициента в целевой функции, серия экспериментов проводилась с использованием предлагаемой методики на языке Python в различных воздушных обстановках (наличие опасных зон и без них) для 3 значений индекса стоимости ($CI = 0,80,9999$), 11 значений числа Маха ($M = 0.8 - 0.9$) с шагом 0,01 и значения рассматриваемого штрафного коэффициента ($k_i = 0 - 1000$) с шагом 0,01.

В таблице 1 представлены расчетные пороговые значения всех штрафных коэффициентов, полученные вышеуказанным исследованием.

Таблица 1 – Расчетные пороговые значения всех штрафных коэффициентов

	$k_{ПОД_пор}$	$k_{ППТ_пор}$	$k_{мон_пор}$	$k_{вр_пор}$	$k_{АНО_пор}$	$k_{ЭШ_пор}$	$k_{RTA_пор}$	$k_{PDOP_пор}$
Отсутствие опасных зон	≥ 10	≥ 0.05	≥ 5	≥ 10	≥ 100	≥ 0.05	≥ 1000	≥ 1000
С наличием опасных зон	≥ 10	≥ 5	≥ 10	≥ 500	≥ 100	≥ 0.05	≥ 1000	≥ 1000
Итоговые значения	≥ 10	≥ 5	≥ 10	≥ 500	≥ 100	≥ 0.05	≥ 100	≥ 1000

Алгоритмическое обеспечение унифицированной методики планирования оптимальных четырехмерных траекторий

Предлагаемая методика планирования оптимальных 4D-траекторий имеет возможности:

- Отвечать цели всех участников ОрВД по различным критериям оптимальности: минимизация длины траектории; минимизация отклонения от ПОД; минимизация отклонения от запланированной траектории; минимизация расхода топлива; минимизация времени полёта; минимизация сбора АНО; минимизация ошибки по времени прибытия; минимизация отклонения от заданного эшелона; минимизация погрешности определения координат ВС;
- Учитывать параметры воздушной обстановки (ветер, запретные зоны, стационарные/перемещающиеся зоны сложных метеоусловий, воздушные судна-нарушители) и ЛТХ ВС при планировании оптимальных 4D-траекторий;
- Осуществлять расчет множества существующих 4D-траекторий за один шаг вычислений без разделения вертикальной составляющей от горизонтальной;

- Обеспечивать время вычислений в соответствии с требованиями по глубине связанного этапа планирования.

Предлагаемая методика может описываться в виде алгоритма, состоящего из 12 последовательных представленных на рисунке 2 шагов.

Шаг 1. Выполняется ввод исходных данных для работы алгоритмов планирования оптимальных 4D-траекторий: начальная (S_0) и конечная (S_N) точки рейса, заданный эшелон (при наличии), удельный километровой расход топлива рассматриваемого ВС (q_k), заданное время прибытия (при наличии), скорость полёта (число M), штрафные коэффициенты критериев оптимальности ($0 \leq k_{под}, k_{ППТ}, k_{мон}, k_{вр}, k_{АНО}, k_{ЭШ}, k_{RTA}, k_{PDOP} \leq k_{i_пор}$).

Шаг 2. Загрузятся географическая координатная сетка рассматриваемого ВП, ветровая обстановка, данные о метеоусловиях, запретные зоны и местоположения других ВС в анализируемый период времени.

Шаг 3. Загрузится ранее запланированная предпочитаемая пользователем траектория (при наличии).

Шаг 4. Создаются списки OPEN и CLOSE, потом соответственно в них записываются координаты анализируемых и запрещенных на анализ точек по заданным автором правилам.

Шаг 5. Используется модифицированный алгоритм A^* для планирования оптимальных 4D-траекторий полёта в соответствии с введенными на вышеизложенных шагах исходными данными и ограничениями.

Шаг 6. Выводятся координаты точек оптимальных 4D-траекторий, полученных из работы модифицированного алгоритма A^* в виде сломанных линий пути.

Шаг 7. Определяются параметры (длина, время полёта, расход топлива) найденных оптимальных траекторий.

Шаг 8. Применяется кубическая кривая Безье для сглаживания сформулированных алгоритмом A^* кусочно-линейных оптимальных траекторий с учетом ЛТХ ВС по углам крена и наклона траекторий, а также с учетом безопасного коридора планируемых траекторий в соответствии с требованиями аэронавигационной спецификации (RNAV/RNP).

Шаг 9. Определяются параметры (длина, время полёта, расход топлива и пр.) сглаженных оптимальных траекторий.

Шаг 10. Проверяются условия о безопасности выполнения воздушным судном полёта по найденным сглаженным оптимальным траекториям с учетом выдерживания нормы эшелонирования и предотвращения сближений ВС с опасными зонами в воздухе. Если «нет», то перейти на шаг 11, если «да», то перейти на шаг 12.

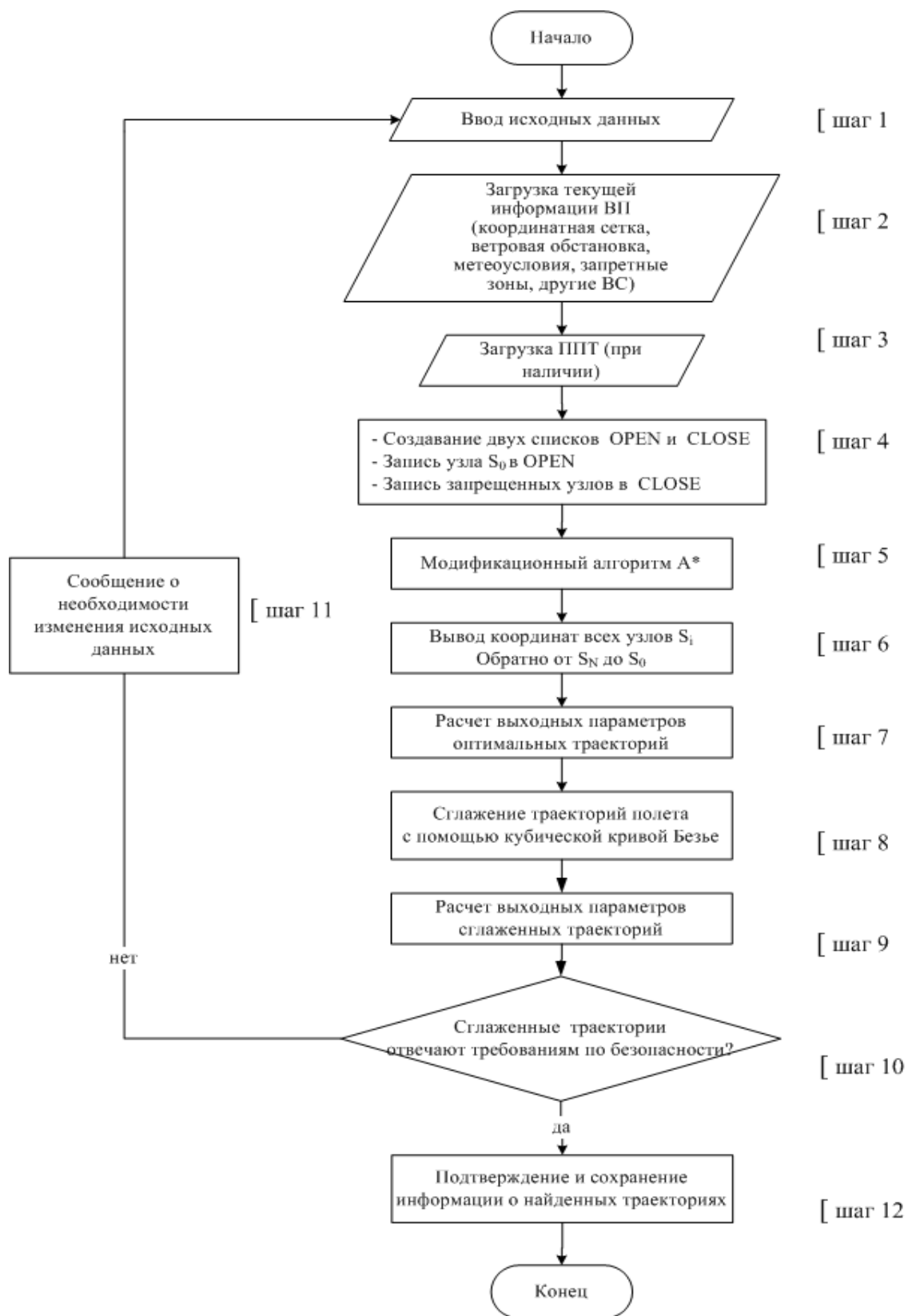


Рисунок 2 – Блок-схема алгоритма методики планирования оптимальных 4D-траекторий

Шаг 11. Выпускается сообщение о невозможном движении ВС по найденным сглаженным траекториям и о необходимости изменения исходных данных на шаг 1 и/или ограничений на шаг 8.

Шаг 12. Подтверждается и сохраняется информация о найденных сглаженных оптимальных траекториях.

Оценка эффективности выбранных критериев оптимизации

Для того чтобы продемонстрировать эффективность выбранных критериев оптимальности в решении поставленной задачи, проведём серию экспериментов как при планировании оптимальных траекторий с нуля, так и при их коррекции в полёте, учитывая наличие опасных зон (ОЗ) в ВП и их отсутствие.

В тестовой задаче использовалась координатная сетка размером 240x240x22, охватывающая пространство между параллелями 10° и 30° северной широты, меридианами 100° и 120° восточной долготы и эшелонами от FL180 до FL400. Была выбрана трасса длиной 500 км между точками S_0 и S_N , проходящая через ветровое поле. Рассматривался этап крейсерского полёта ВС Боинг 747-400 с постоянной скоростью M .

Заданные полётные параметры для рассматриваемого примера приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Заданные полётные параметры

Начальная точка, S_0	Конечная точка, S_N	Запретная зона	Движущаяся зона сложных метеоусловий	Движущееся другое ВС	UTC	RTA	M	Эшелон
[15.6585N, 108.3046E, 18000ft]	[11.4235N, 107.5833E, 18000ft]	[13.5N,107.6E], [13.5N,108.2E], [12.5N,108.2E], [12.5N,107.6E], [0,35000ft]	[13.6N,107.04E], [13.6N,108.14E], [11.6N,108.14E], [11.6N,107.04E], [31000,33000ft]	01	09:00:00	09:35:00	0.85	FL320

- При планировании оптимальных 4D-траекторий полёта с нуля ($k_{ППТ}=0$).

В таблице 3 показаны значения индекса стоимости, числа Маха и штрафных коэффициентов для соответствующих критериев оптимальности при планировании/коррекции 4D-траекторий с нуля (при отсутствии ППТ).

Таблица 3 – Значения индекса стоимости, числа Маха и штрафных коэффициентов

Критерий оптимальности	Штрафные коэффициенты	Индекс стоимости и Число Маха	Замечание
Минимизация длины траектории	$k_{ПОД} = k_{ППТ} = k_{мон} = k_{ер} = k_{АНО}$ $= k_{ЭШ} = k_{RTA} = k_{PDOP} = 0$	$\min \leq CI \leq \max$ $\min \leq M \leq \max$	Гибкая маршрутизация
Минимизация отклонения от ПОД	$k_{ПОД} = k_{ПОД_нор}$; $k_{ППТ} = k_{мон} = k_{ер} = k_{АНО}$ $= k_{ЭШ} = k_{RTA} = k_{PDOP} = 0$	$\min \leq CI \leq \max$ $\min \leq M \leq \max$	Традиционный метод маршрутизации
Минимизация расхода топлива	$k_{мон} = k_{мон_нор}$; $k_{ПОД} = k_{ППТ} = k_{ер} = k_{АНО}$ $= k_{ЭШ} = k_{RTA} = k_{PDOP} = 0$	$CI = \min$ $\min \leq M \leq \max$	Гибкая маршрутизация
Минимизация времени полёта	$k_{ер} = k_{ер_нор}$; $k_{ПОД} = k_{ППТ} = k_{мон} = k_{АНО}$ $= k_{ЭШ} = k_{RTA} = k_{PDOP} = 0$	$CI = \max$ $\min \leq M \leq \max$	Гибкая маршрутизация
Минимизация сбора АНО	$k_{АНО} = k_{АНО_нор}$; $k_{ПОД} = k_{ППТ} = k_{мон} = k_{ер}$ $= k_{ЭШ} = k_{RTA} = k_{PDOP} = 0$	$\min \leq CI \leq \max$ $\min \leq M \leq \max$	Гибкая маршрутизация
Минимизация отклонения по времени прибытия	$k_{RTA} = k_{RTA_нор}$; $k_{ПОД} = k_{ППТ} = k_{мон} = k_{ер}$ $= k_{АНО} = k_{ЭШ} = k_{PDOP} = 0$	$\min \leq CI \leq \max$ $\min \leq M \leq \max$	Гибкая маршрутизация
Минимизация отклонения от заданного эшелона	$k_{ЭШ} = k_{ЭШ_нор}$; $k_{ПОД} = k_{ППТ} = k_{мон} = k_{ер}$ $= k_{АНО} = k_{RTA} = k_{PDOP} = 0$	$\min \leq CI \leq \max$ $\min \leq M \leq \max$	Гибкая маршрутизация
Минимизация погрешности определения координат ВС	$k_{PDOP} = k_{PDOP_нор}$; $k_{ПОД} = k_{ППТ} = k_{мон} = k_{ер}$ $= k_{АНО} = k_{ЭШ} = k_{RTA} = 0$	$\min \leq CI \leq \max$ $\min \leq M \leq \max$	Гибкая маршрутизация
Минимизация отклонения от ПОД и заданного эшелона	$k_{ПОД} = k_{ПОД_нор}; k_{ЭШ} = k_{ЭШ_нор};$ $k_{ППТ} = k_{мон} = k_{ер} = k_{АНО}$ $= k_{RTA} = k_{PDOP} = 0$	$\min \leq CI \leq \max$ $\min \leq M \leq \max$	Традиционный метод маршрутизации
Компромиссная оптимизация по всем остальным критериям	$k_{ППТ} = 0;$ $k_{ПОД} = k_{мон} = k_{ер} = k_{АНО}$ $= k_{ЭШ} = k_{RTA} = k_{PDOP} = k_{i_нор}$	$\min \leq CI \leq \max$ $\min \leq M \leq \max$	Гибридный метод маршрутизации

В таблице 4 представлены результаты решения подзадачи планирования оптимальных 4D-траекторий с нуля в поле ветра при наличии опасных зон и без них.

Таблица 4 – Результаты решения подзадачи планирования оптимальных 4D-траекторий с нуля

Критерий оптимальности	Опасные зоны	CI	Длина траектории (км)	Время полёта (с)	Расход топлива (кг)	Сбор за АНО, (ден. ед.)	Значение PDOP
Минимизация длины траектории (все $k_i = 0$)	Нет	80	505 (490)	1969 (1826)	5468 (5304)	400 (400)	52 (51)
	Да		516 (506)	1759 (1911)	5584 (5480)	400 (400)	52 (51)
Минимизация отклонения от ПОД ($k_{\text{ПОД}} = 10$)	Нет	80	506 (489)	2627 (1971)	5471 (5287)	400 (400)	52 (51)
	Да		575 (495)	2579 (2020)	6218 (5351)	400 (400)	58 (55)
Минимизация расхода топлива ($k_{\text{топ_нор}} = 500$)	Нет	0	505 (503)	2572 (1861)	5465 (5442)	500 (500)	52 (51)
	Да		520 (503)	2261 (1882)	5584 (5446)	500 (500)	52 (51)
Минимизация времени полёта ($k_{\text{вр_нор}} = 50$)	Нет	9999	505 (493)	1922 (1830)	5466 (5339)	400 (400)	52 (51)
	Да		518 (503)	1751 (1871)	5603 (5444)	400 (400)	52 (51)
Минимизация сбора АНО ($k_{\text{АНО_нор}} = 100$)	Нет	80	506 (490)	2178 (1837)	5473 (5302)	400 (400)	52 (51)
	Да		516 (505)	1774 (1896)	5585 (5469)	400 (400)	52 (51)
Минимизация отклонения по времени прибытия ($k_{\text{RTA_нор}} = 1000$)	Нет	80	558 (547)	2114 (2045)	6033 (5921)	500 (500)	40 (40)
	Да		632 (605)	2118 (2277)	6839 (5642)	500 (500)	43 (43)
Минимизация отклонения от заданного эшелона ($k_{\text{ЭШ_нор}} = 0.05$)	Нет	80	506 (492)	2147 (1984)	5472 (5318)	400 (400)	52 (51)
	Да		542 (531)	1773 (2146)	5870 (5744)	400 (400)	52 (51)
Минимизация погрешности определения координат ВС ($k_{\text{PDOP_нор}} = 1000$)	Нет	80	520 (512)	1943 (1903)	5623 (5543)	400 (400)	40 (40)
	Да		556 (538)	1849 (2000)	6018 (5822)	400 (400)	40 (40)
Минимизация	Нет	80	506	2627	5471	400	52

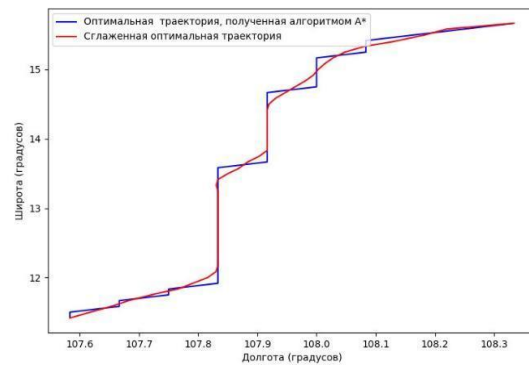
Критерий оптимальности	Опасные зоны	CI	Длина траектории (км)	Время полёта (с)	Расход топлива (кг)	Сбор за АНО, (ден. ед.)	Значение PDOP
отклонения от ПОД и заданного эшелона ($k_{ПОД_пор} = 10$, $k_{ЭШ_пор} = 0,05$)			(489)	(1971)	(5281)	(400)	(51)
	Да		575 (495)	2579 (2020)	6218 (5351)	400 (400)	58 (55)
Компромиссная оптимизация по всем остальным критериям (при $k_{ППТ} = 0$)	Нет	80	506 (490)	2048 (1980)	5471 (5300)	500 (500)	52 (51)
	Да		520 (494)	2177 (1998)	5630 (5348)	500 (500)	52 (51)

В скобках указаны параметры сглаженных оптимальных траекторий

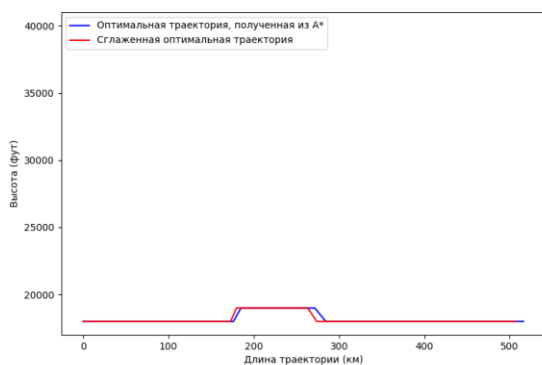
В качестве примера результатов проведенных экспериментов, на рисунках 3 и 4 представлены двумерные и трехмерные графики планированных траекторий минимальной длины в географической СК при отсутствии ППТ ($k_{ППТ}=0$) с наличием опасных зон в ВП и без них, соответственно.



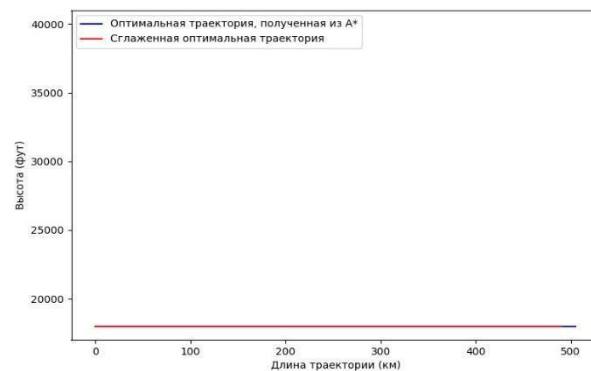
а) Горизонтальный профиль при наличии ОЗ



б) Горизонтальный профиль при отсутствии ОЗ

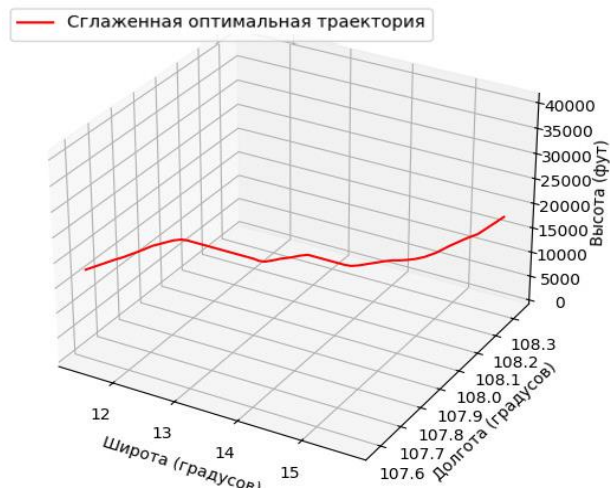
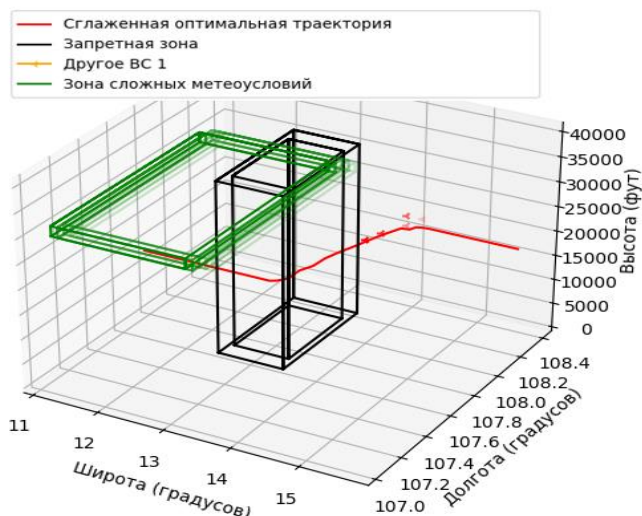


в) Вертикальный профиль при наличии ОЗ



г) Вертикальный профиль при отсутствии ОЗ

Рисунок 3 – Двухмерная графика планированных траекторий при минимизации по длине траектории



а) при наличии ОЗ

б) при отсутствии ОЗ

Рисунок 4 – Трехмерная графика планированных траекторий при минимизации по длине траектории

- Коррекция 4D-траекторий ВС в полёте ($k_{ППТ} \neq 0$).

В таблице 5 показаны значения индекса стоимости, числа Маха и штрафных коэффициентов по критерию оптимальности «минимизация отклонения от ППТ» при коррекции 4D-траекторий в полёте.

Таблица 5 – Значения индекса стоимости, числа Маха и штрафных коэффициентов

Критерий оптимальности	Штрафные коэффициенты	Индекс стоимости и Число Маха	Замечание
Минимизация отклонения от ППТ	$k_{ППТ} = k_{ППТ_нор}$; $k_{ПОД} = k_{мон} = k_{вр} = k_{АНО}$ $= k_{ЭШ} = k_{RTA} = k_{PDOP} = 0$	$\min \leq CI \leq \max$ $\min \leq M \leq \max$	Гибкая маршрутизация
Компромиссная оптимизация по всем критериям	$k_{ПОД} = k_{ППТ} = k_{мон} = k_{вр} = k_{АНО}$ $= k_{ЭШ} = k_{RTA} = k_{PDOP} = k_{i_нор}$	$CI = \min$ $\min \leq M \leq \max$	Модифицированный традиционный метод маршрутизации
		$CI = \max$ $\min \leq M \leq \max$	

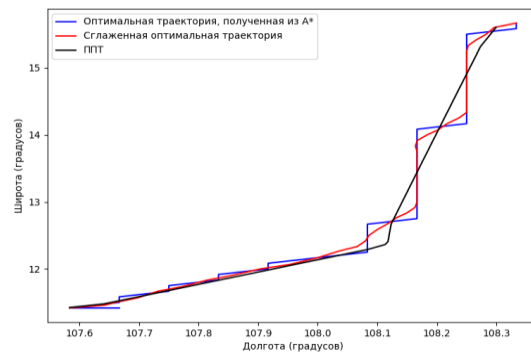
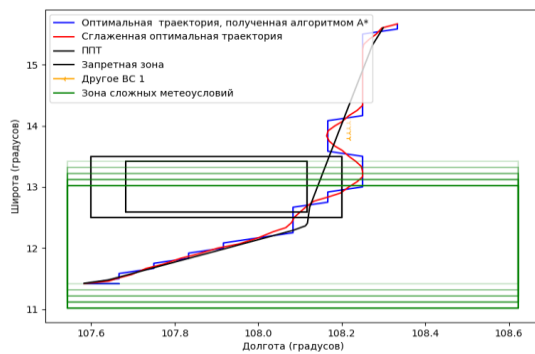
В таблице 6 представлены результаты решения подзадачи коррекции оптимальных 4D-траекторий в полёте под влиянием ветра при наличии опасных зон и без них.

Таблица 6 – Результаты решения подзадачи коррекции оптимальных 4D-траекторий в полёте

Критерий оптимальности	СИ	Опасные зоны	Отклонение по длине, км	Отклонение по расходу топлива, кг	Отклонение по времени прибытия, с
Минимизация отклонения от ППТ ($k_{ППТ_нор} = 5$)	80	Нет	+79 (+9)	+859 (+98)	+289 (-112)
		Да	+87 (+11)	+939 (+125)	+97 (-79)
Компромиссная оптимизация по всем критериям	80	Нет	+32 (+10)	+349 (+113)	+20 (+106)
		Да	+32 (+14)	+349 (+150)	+72 (-100)

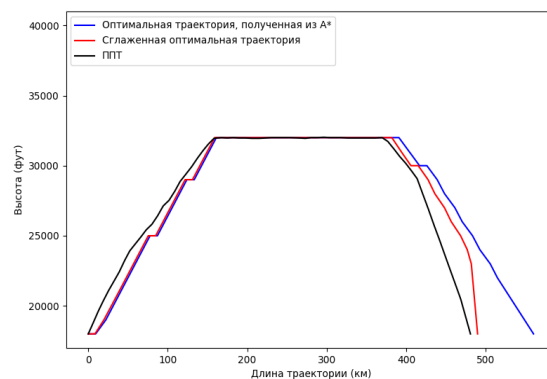
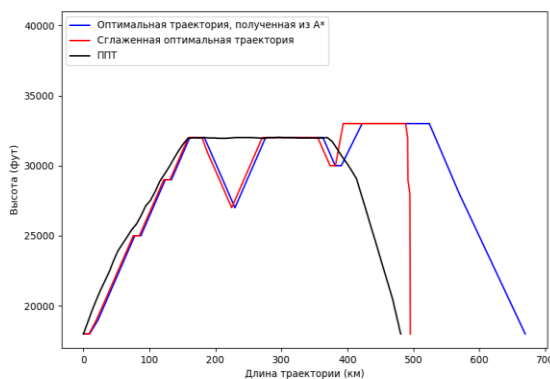
В скобках указаны параметры сглаженных оптимальных траекторий
 «+» обозначает увеличение, «-» обозначает уменьшение по сравнению с ППТ

В качестве примера результатов проведенных экспериментов, на рисунках 5 и 6 представлены двухмерные и трехмерные графики планированных траекторий в географической СК с учетом ППТ ($k_{ППТ} = k_{ППТ_нор}$) при наличии опасных зон в ВП и без них, соответственно.



а) Горизонтальный профиль при наличии ОЗ

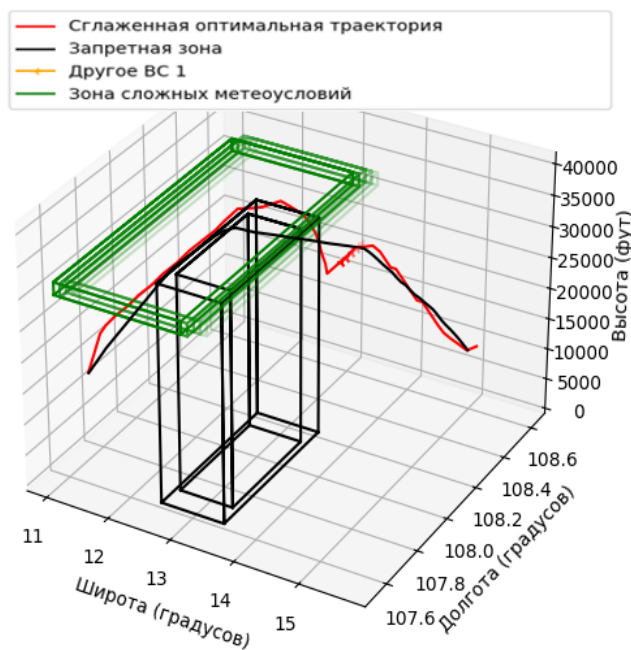
б) Горизонтальный профиль при отсутствии ОЗ



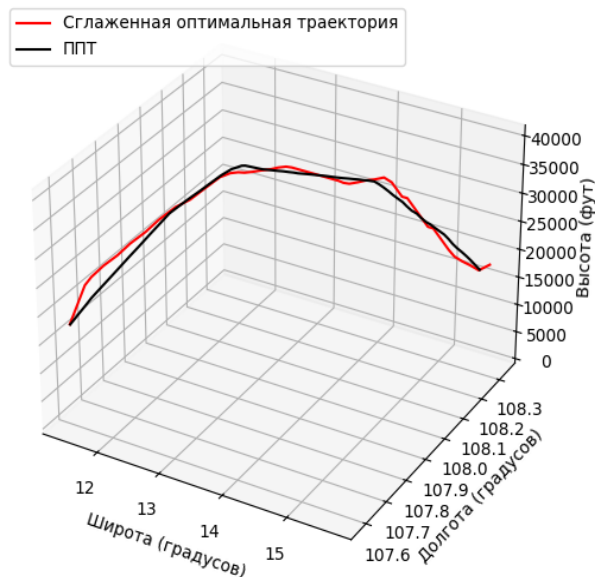
в) Вертикальный профиль при наличии ОЗ

г) Вертикальный профиль при отсутствии ОЗ

Рисунок 5 – Двухмерная графика планированных траекторий при минимизации отклонения от ППТ



а) при наличии ОЗ



б) при отсутствии ОЗ

Рисунок 6 – Трехмерная графика планированных траекторий при минимизации отклонения от ППТ

Полученные результаты в таблицах 4 и 6 демонстрируют корректность работы разрабатываемой методики, так как наибольший выигрыш выходного параметра наблюдается для траектории с соответствующим критерием оптимальности.

Оценка эффективности использования модифицированного алгоритма A^* с точки зрения времени вычислений

На время работы модифицированного алгоритма A^* при планировании оптимальной четырёхмерной траектории влияют: длина пути от начальной и конечной точек планируемой траектории; месторасположение, размер и общее количество опасных зон вдоль ортодромии, соединяющей начальную и конечную точки траектории; присутствие хорошей эвристической оценки в целевой функции.

Для демонстрации влияния перечисленных факторов на итоговое время вычислений проведём серию экспериментов и проанализируем их результаты. Эксперименты проводились на персональном компьютере (ПК) с процессором 11th Gen Intel(R) Core(TM) i5-11400F, базовой тактовой частотой 2,6 ГГц и установленной оперативной памятью 16.0 GB.

Чтобы показать зависимость времени вычислений от расстояния между начальной и конечной точками, выполним планирование оптимальных 4D-траекторий с дальностью от 500 км до 1500 км с шагом 500 км при отсутствии опасных зон вдоль их ортодромий. Результаты экспериментов приведены в таблице 7.

Таблица 7 – Время работы модифицированного алгоритма

Начальная точка, S_0	Конечная точка, S_N	Расстояние между начальной и конечной точками, км	Время работы, с
[15.6043N,108.2995E, 18000ft]	[11.4235N,107.5833E, 18000ft]	500	0.39
[20.5865N,106.0800E, 18150ft]	[11.6554N,107.9023E, 18323ft]	1000	1.25
[24.8139N,102.5830E, 18550ft]	[10.9054N,107.3639E, 18050ft]	1500	1.62

Теперь продемонстрируем влияние опасных зон на время работы предлагаемого алгоритма. Влияние опасных зон в первую очередь приводит к увеличению длины траектории, а значит также приводит к увеличению количества анализируемых точек пространства в процессе планирования траектории полёта. Рассмотрим пример планирования оптимальных 4D-траекторий с расстоянием между начальной и конечной точками, равным примерно 500 км, с наличием стационарных и перемещающихся по времени в пространстве опасных зон вдоль ортодромии и без них. Результаты оценки влияния опасных зон на время работы предлагаемого алгоритма показаны в таблице 8.

Таблица 8 – Время работы предлагаемого алгоритма

Координаты начальной точки	Координаты конечной точки	Расстояние между точками, км	Опасные зоны	Фактическая длина траектории, км	Время работы, с
[15.6043N,108.2995E, 18000ft]	[11.4235N,107.5833E, 18000ft]	496	Да	558	4,58
			Нет	496	0.39

В заключительном эксперименте продемонстрируем влияние эвристической части целевой функции на время работы предлагаемого алгоритма (табл. 8). Влияние эвристической части выражается через количество анализируемых точек пространства за полный цикл поиска решения задачи.

Таблица 9 – Время работы предлагаемого алгоритма при наличии и отсутствии эвристической части целевой функции

Координаты начальной точки	Координаты конечной точки	Расстояние между точками, км	Опасные зоны	Эвристическая оценка	Время работы, с
[15.6043N,108.2995E, 18000ft]	[11.4235N,107.5833E, 18000ft]	496	Нет	Да	0.39
				Нет	18,39

Заключение

Разработанная унифицированная методика может быть эффективно использована как в наземных системах планирования полётов у авиакомпаний и органа организации потоков воздушного движения, так и в бортовой системе самолётовождения ВС для предполётного планирования, оперативных мониторинга и коррекции оптимальных 4D-траекторий полёта, а именно:

- обеспечивать поиск оптимальных 4D-траекторий по нескольким критериям оптимальности, отвечающих целям оптимизации участников системы ОрВД, что позволяет повысить эффективность процесса совместного принятия решений;

- выполнять расчёт 4D-траектории за один шаг вычислений;

- учитывать влияние ветровой обстановки, наличие стационарных запретных зон, а также движущихся зон сложных метеоусловий или воздушных судов-нарушителей;

- обращать внимание на лётно-технические характеристики и динамические особенности воздушного судна.

Методами математического моделирования проведено тестирование разработанных алгоритмов для различных сценариев, характеризующих воздушную и аэронавигационную обстановку в предоставляемом воздушном пространстве. Анализ результатов проведенных экспериментов на примере тестовых задач для типовых сценариев выполнения полёта ВС в предоставляемой зоне ВП показал работоспособность и эффективность применения предложенных методик и алгоритмов, а также достоверность полученных результатов.

Библиографический список

Арефьева Н. Г. (2019). Конструирование оптимальных траекторий полёта воздушных судов в поле точности ГЛОНАСС при гибкой маршрутизации: специальность 05.22.13 «Навигация и управление воздушным движением»: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Арефьева Наталья Геннадьевна. Москва. 167 с. EDN HLLPNT.

Будков А. С. (2021). Разработка системы поддержки принятия решения для задачи четырёхмерной навигации в гражданской авиации: специальность 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям)»: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Будков Александр Сергеевич. 168 с. EDN CCLIFY.

Глобальная эксплуатационная концепция ОрВД: документ 9854. 1-е издание. Монреаль, Канада: ИКАО, 2005. 93 с.

Глобальный аэронавигационный план на 2013–2028 гг.: документ 9750. 4-е издание. Монреаль, Канада: ИКАО, 2013. 147 с.

Глобальный аэронавигационный план на 2016–2030 гг.: документ 9750. 5-е издание. Монреаль, Канада: ИКАО, 2016. 142 с.

Нгуен Т. Л. Ф. (2024). Разработка методики идентификации и разрешения конфликтных ситуаций при оперативном планировании четырёхмерной траектории полёта. *Crede Experto: транспорт, общество, образование, язык.* 2 (41): 77-95.

Правила аэронавигационного обслуживания. Организация воздушного движения. Документ 4444. 16-е издание. Монреаль, Канада: ИКАО, 2016. 508 с.

Правила государственного регулирования сборов за аэронавигационное обслуживание полётов воздушных судов пользователей воздушного пространства, Утверждены Постановлением Правительства Российской Федерации от 28 ноября 2011 г. № 978.

Приказ Минтранса России от 25.11.2011 № 293 (ред. от 14.02.2017) «Об утверждении Федеральных авиационных правил «Организация воздушного движения в Российской Федерации» (Зарегистрировано в Минюсте России 30.12.2011 № 22874).

Руководство по применению минимума вертикального эшелонирования в 300 м (1000 фут) между ЭП 290 и ЭП 410 включительно: документ 9574. 3-е издание. Монреаль, Канада: ИКАО, 2012. 70 с.

Скрыпник О. Н. Оптимизация траектории мобильного псевдоспутника для повышения точности интегрированного навигационно-временного поля ГЛОНАСС / О. Н. Скрыпник, Р. О. Арефьев // Современные наукоемкие технологии. 2020. № 2. С. 51-58.

Fett G. D. Aircraft Route Optimization Using the A-Star Algorithm // Theses and Dissertations. 2014. 69 p.

Method for calculating aircraft flight trajectories in presence of winds / G. Ghazi, R. Botez, Ch. Bourrely, A.-A. Turculet // Journal of Aerospace Information Systems. 2021. vol. 18, № 7. pp. 442-463. DOI 10.2514/1.I010879.

Mondoloni S. Aircraft trajectory prediction and synchronization for air traffic management applications / S. Mondoloni, N. Rozen // Progress in Aerospace Sciences. 2020. № 119. p. 100640. DOI 10.1016/j.paerosci.2020.100640.

Neretin E. S. An Analysis of Human Interaction and Weather Effects on Aircraft Trajectory Prediction via Artificial Intelligence / E. S. Neretin, N. T. L. Phuong, N. N. H. Quan // 2022 XIX Technical Scientific Conference on Aviation Dedicated to the Memory of N.E. Zhukovsky (TSCZh). Moscow. 2022. pp. 85-89. DOI 10.1109/TSCZh55469.2022.9802458.

Neretin, E., Nguyen, M., Nguyen, P. (2023). Using Data-Driven Approach in 4D Trajectory Prediction: A Comparison of Common AI-Based Models. In: Gorbachev, O.A., Gao, X., Li, B. (eds). Proceedings of 10th International Conference on Recent Advances in Civil Aviation. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Singapore. 2023. № 1. P. 125-133.

Roberson B. Fuel Conservation Strategies: Cost Index Explained // Aero magazine, Boeing. 2007. № 26(02). P. 26-28.

References

Arefieva N. G. (2019). Design of optimal flight trajectories of aircraft in the GLONASS accuracy field with flexible routing: dis. candidate of technical sciences 05.22.13 / N. G. Arefieva. Moscow: MSTU GA. 167 p. (In Russian)

Budkov A. S. (2021). Development of a decision support system for the problem of four-dimensional navigation in civil aviation: dis. candidate of technical sciences 05.13.01 / A. S. Budkov. Moscow: MAI. 168 p. (In Russian)

Neretin E. S., Phuong N. T. L., Quan N. N. H. (2022). An Analysis of Human Interaction and Weather Effects on Aircraft Trajectory Prediction via Artificial Intelligence. 2022 XIX Technical Scientific Conference on Aviation Dedicated to the Memory of N.E. Zhukovsky (TSCZh). (1): 85-89.

Fett G. D. (2014). Aircraft Route Optimization Using the A-Star Algorithm. *Theses and Dissertations*. 2014. 672 p.

Ghazi Georges, Botez Ruxandra, Bourrely Charles, and Turculet Alina-Andreea. (2021). Method for calculating aircraft flight trajectories in presence of winds. *Journal of Aerospace Information Systems*. 18 (7): 442-463.

Government of the Russian Federation. Rules of state regulation of charges for air navigation services for flights of aircraft of airspace users, Approved by Decree of the Government of the Russian Federation of November 28, 2011 No. 978. (In Russian)

ICAO. Doc 4444. Procedures for Air Navigation Services – Air Traffic Management, 16th Edition incorporating Amendment 12. 2016. ISBN: 978-92-9275-458-7.

ICAO, Doc 9574. Manual on a 300 m (1 000 ft) Vertical Separation Minimum Between FL 290 and FL 410 Inclusive. Third Edition. 2012. ISBN: 978-92-9249-059-1

ICAO. Doc 9750 –2013–2028 Global Air Navigation Plan. Fourth Edition – 2013. ISBN: 978-92-9249-365-3

ICAO. Doc 9750 . 2016–2030 Global Air Navigation Plan. Fifth Edition – 2016. ISBN: 978-92-9258-000-1

ICAO. Doc 9854. Global Air Traffic Management Operational Concept. First Edition. 2005. ISBN:92-9194-554-4.

Mondoloni S., Rozen N. (2020). Aircraft trajectory prediction and synchronization for air traffic management applications. *Progress in Aerospace Sciences*. (119): 376-421.

Neretin E., Nguyen M., Nguyen P. (2023). Using Data-Driven Approach in 4D Trajectory Prediction: A Comparison of Common AI-Based Models. In: Gorbachev, O.A., Gao, X., Li, B. (eds). *Proceedings of 10th International Conference on Recent Advances in Civil Aviation. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Singapore. (1): 125-133.

Nguyen T. L. Ph., Neretin E. S., Nguyen N. M. (2024). Development of a conflict detection and resolution methodology used in the operational flight 4D-trajectory planning”, *Crede Experto: transport, society, education, language*. 2 (41): 77-95. (In Russian)

Order of the Ministry of Transport of Russia dated 25.11.2011 № 293 (as amended on 14.02.2017) "On approval of the Federal Aviation Rules "Air Traffic Management in the Russian Federation" (Registered in the Ministry of Justice of Russia on 30.12.2011 № 22874). (In Russian)

Roberson B. (2007) Fuel Conservation Strategies: Cost Index Explained // *Aero magazine, Boeing*. 26 (02): 26-28.

Skrypnik O. N., Arefev R. O. (2020). Optimization of a mobile pseudolite track for increasing accuracy of the glonass integrated navigation-and-time field. *Modern high technologies*. (2): 51-58. (In Russian)