

УДК 347.823.21

DOI 10.51955/2312-1327_2024_4_34

ПРИМЕНЕНИЕ ОДНОФАКТОРНОГО И ТРЕХФАКТОРНОГО ДИСПЕРСИОННОГО АНАЛИЗА ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

*Николай Сергеевич Херсонский,
orcid.org/0000-0003-1296-7131,
кандидат технических наук,
старший научный сотрудник,
генеральный директор ООО «СОЮЗСЕРТ»,
ул. Викторенко, д. 7, корпус 30
Москва, 125167, Россия
hersn@yandex.ru*

*Людмила Геннадьевна Большедворская,
orcid.org/0000-0002-1425-7398,
доктор технических наук, профессор
Московский государственный технический
университет гражданской авиации,
Кронштадтский бульвар, д. 20
Москва, 125493, Россия
l.bolshedvorskaya@mstuca.ru*

Аннотация. В статье представлен обзор применимости статистических методов для оценки результатов производственных процессов в различных отраслях промышленности. Подчеркивается эффективность системного подхода, реализуемого в методах дисперсионного анализа, что способствует улучшению технологии и позволяет детально изучать влияние каждого фактора и их взаимодействие. Кроме этого, результаты дисперсионного анализа могут быть интегрированы в систему управления качеством, что позволяет непрерывно мониторить и корректировать производственные процессы, предотвращать возникновение отклонений в выходных параметрах различных деталей. Приведен пример применения дисперсионного анализа при исследовании технологических процессов прессования деталей из различного материала при конструировании, изготовлении и контроле качества продукции оборонного и промышленного назначения.

Ключевые слова: дисперсионный анализ, статистические методы, эксперимент, технологический процесс.

APPLICATION OF ONE-FACTOR AND THREE-FACTOR ANALYSIS OF VARIANCE IN THE STUDY OF TECHNOLOGICAL PROCESSES

*Nikolai S. Khersonsky,
orcid.org/0000-0003-1296-7131,
Candidate of Technical Sciences
General Director of SOYUZCERT LLC,
7, building 30, Viktorenko St.
Moscow, 125167, Russia
hersn@yandex.ru*

*Ludmila G. Bolshedvorskaya,
orcid.org/0000-0002-1425-7398,
Doctor of Technical Sciences, Professor
Moscow State Technical University of Civil Aviation,
20, Kronshtadtsky blvd
Moscow, 125493, Russia
l.bolshedvorskaya@mstuca.ru*

Abstract. The article provides an overview of the applicability of statistical methods for assessing the results of production processes in various industries. The authors emphasize the effectiveness of the system approach implemented in the methods of analysis of variance, which contributes to technology improvement and allows the influence of each factor and their interaction to be studied in detail. In addition, the results of the analysis of variance can be integrated into the quality management system, which makes it possible to continuously monitor and adjust production processes, and prevent deviations in the output parameters of various parts. The paper provides an example of applying the analysis of variance in the study of technological processes of pressing the components from various materials in designing, manufacturing and controlling the quality of defense and industrial products.

Keywords: analysis of variance, statistical methods, experiment, technological process.

Введение

Исследование причин-факторов возникновения дефектов и отклонений при конструировании, изготовлении и контроле продукции авиационно-космического и промышленного назначения является трудоемким процессом из-за необходимости проведения большого количества экспериментов и анализа полученных результатов. Эффективным статистическим инструментом, позволяющим исследовать влияние различных факторов на результативность процессов, является дисперсионный анализ, практическая применимость которого зарекомендовала себя в исследовании технологических процессов. Это обусловлено тем, что результаты дисперсионного анализа позволяют по-новому взглянуть на сложные процессы в производственной среде и, на фоне многокритериальных измерений и их анализа, выявить неочевидные и малоизученные взаимосвязи между факторами и результатами. Полученные результаты могут позволить не только оптимизировать текущие процессы, но и способствовать разработке новых технологий и продуктов, что является ключевой задачей для реализации инновационных задач импортозамещения.

Кроме этого, результаты дисперсионного анализа могут быть интегрированы в систему управления качеством, что позволяет непрерывно мониторить и корректировать производственные процессы, предотвращать возникновение отклонений в выходных параметрах различных деталей и, тем самым, сокращать количество брака. Поэтому в данной работе показано применение дисперсионного анализа при исследовании технологических процессов прессования различных деталей в зависимости от применяемого сырья и материалов.

Материалы и методы

Проведенное исследование результатов научных работ показало, что дисперсионный анализ является неотъемлемым инструментом в разносторонних исследованиях [Амосов и др., 1994; Боровикова, 2020; Калмыков и др., 2017]. Это обусловлено тем, что выводы, полученные с помощью методов дисперсионного анализа, дают возможность определить, какие факторы оказывают значительное влияние на рассматриваемую переменную, позволяя сосредотачиваться на тех элементах технологии, которые требуют оптимизации. В связи с этим, в формате проводимого исследования, заслуживает внимания работа авторов [Михальчук и др., 2017], в которой представлены результаты разработки статистической модели на основе метода дисперсионного анализа, позволяющей осуществлять контроль входных и выходных параметров продукции микроэлектронного производства и выявлять этапы технологической операции, где возникают наиболее существенные погрешности, обеспечивая, тем самым, возможность оперативной отладки технологического процесса.

Системный подход, реализуемый в методах дисперсионного анализа, способствует улучшению технологии, так как позволяет детально изучать влияние каждого фактора и их взаимодействие, выявляя скрытые закономерности для последующей их оптимизации. В работе [Водовозова и др., 2023; Колмогоров, 1941] продемонстрировано применение однофакторного дисперсионного анализа для обработки результатов эксперимента, направленных на выявление ошибок и дефектов программного продукта. Результаты, с высокой степенью достоверности, подчеркивают возможность применимости однофакторного дисперсионного анализа для исследования компетентности программиста при выявлении недочетов в работе программного средства.

Проведение многофакторного дисперсионного анализа позволяет одновременно учитывать влияние нескольких факторов. Это особенно важно в производстве, где множество параметров, например, температура, давление, время обработки и др. могут влиять на качество и эффективность процесса. В связи с этим следует обратить внимание на результаты исследования, [Разработка методики..., 2012], направленного на создание методики оценки качества дисперсной среды сложного состава. Достоинством предложенных критериев является масштабность их применимости в области прогнозирования уровня качества продукции в зависимости от управляющего воздействия конкретного параметра на технологический процесс.

Роль и значение дисперсионного анализа в области прогнозирования доказаны результатами многочисленных исследований, подчеркивающих, что производители могут оптимизировать свои технологии, изменяя условия производства, и получить лучшие результаты. Например, можно определить идеальные значения температуры или скорости обработки, которые обеспечивают максимальную продуктивность или минимальные потери [Андерсон, 1976; Антонов и др., 2001; Бахвалов и др., 2020].

В работе [Галкин и др., 2017] исследуются причины возникновения дефектов при производстве изделий из алюминия методом изотермической штамповки. Управляющие параметры сформулированы с учетом технологического процесса штамповки и их влияния на качество готового изделия. Для обработки результатов трехфакторного эксперимента авторами применен метод дисперсионного анализа, что позволило значительно упростить процесс выявления значимых параметров.

Таким образом, можно сделать вывод, что принципы дисперсионного анализа в производственной сфере являются эффективным инструментом для принятия управленческого решения, поскольку предоставляют возможность оценивать возникающие изменения в производственном процессе и инициировать мероприятия по их корректировке.

Дискуссия

В настоящее время наибольшую значимость для производителей продукции промышленного и гражданского назначения приобретает задача сравнения различных партий сырья с целью выявления наиболее эффективного [Вентцель и др., 2000; Веснин, 1995; Гианулис, 2000; Гирилович и др., 2021]. Это особенно актуально в условиях конкуренции, санкционных ограничений, когда необходимо поддерживать высокое качество продукта при снижении затрат. Сложность решения такой задачи обусловлена наличием сравнительно небольшого числа факторов, оказывающих существенное влияние на технологический процесс создания продукции. В данной работе предлагается рассмотреть ее решение посредством применимости методов дисперсионного анализа, большой вклад в решение которых привнес В.В. Прошин и другие исследователи [Амосов и др., 1994; Васильева и др., 2002; Венецкий и др., 1974].

Результаты

Для решения поставленной задачи в работе использован один из принципов дисперсионного анализа, позволяющий разложить общую дисперсию процесса на сумму дисперсий, обусловленных изменением основных факторов, и дисперсию неучтенных факторов:

$$D = D_A + D_B + \dots D_k + D_o, \quad (1)$$

где: D – общая дисперсия процесса;

$D_A, D_B, \dots, D_k$, – дисперсии, обусловленные изменением факторов, оказывающих существенное влияние на процесс;

D_o – остаточная дисперсия, т.е. дисперсия, вызываемая изменением неучтенных факторов. В зависимости от числа факторов (k) различают однофакторный, двухфакторный и K -факторный анализ.

Основную идею дисперсионного анализа можно представить на примере анализа влияния одного фактора на результат. Пусть требуется выявить

влияние фактора А на исследуемый процесс посредством проведения серии экспериментов. Схема однофакторного анализа при одинаковом количестве параллельных испытаний приведена в таблице 1.

Представленные в таблице 1 данные характеризуют совокупность математических моделей, используемых в эксперименте для оценки и анализа изменения п-значений фактора А. Общее число наблюдений $N = t \cdot n$.

Задача заключается в оценке влияния фактора А на процесс, которая сводится к выявлению существенности различия выборочных средних арифметических $\bar{X}_j (j = 1, 2, \dots, t)$ и общего среднего арифметического $\bar{\bar{X}}$.

Выборочные средние арифметические определяются по формуле:

$$\bar{X}_j (j = 1, 2, \dots, t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ij} \quad (2)$$

Общее среднее арифметическое по всем выборкам определяется по формуле:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^t X_{ij}. \quad (3)$$

Если различие средних арифметических существенно, то считается, что фактор А оказывает влияние на процесс.

Общая дисперсия выборки, состоящей из $N = t \cdot n$ членов, определяется по формуле:

$$D = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^t (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2. \quad (4)$$

Таблица 1 – Схема однофакторного дисперсионного анализа при одинаковом количестве испытаний- n

Уровни (j) фактора А j (=1, 2, ...t)			
A_1	A_1	...	A_t
X_{11}	X_{12}	...	X_{1t}
X_{21}	X_{22}	...	X_{2t}
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
X_{n1}	X_{n2}	...	X_{nt}
$\mathcal{G}_1 = \sum_{k=1}^n X_{k1}$	$\mathcal{G}_2 = \sum_{k=1}^n X_{k2}$	...	$\mathcal{G}_t = \sum_{k=1}^n X_{kt}$
$\bar{X}_1 = \frac{1}{n} \mathcal{G}_1$	$\bar{X}_2 = \frac{1}{n} \mathcal{G}_2$	...	$\bar{X}_t = \frac{1}{n} \mathcal{G}_t$
$\sum_{k=1}^n (X_{k1} - \bar{X}_1)^2$	$\sum_{k=1}^n (X_{k2} - \bar{X}_2)^2$	...	$\sum_{k=1}^n (X_{kt} - \bar{X}_t)^2$

Разложим двойную сумму в формуле (3) на составляющие части, одна из которых выражает рассеивание внутри уровней (столбцов таблицы 1), другая – рассеивание между уровнями:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^T (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^T (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 + n \sum_{j=1}^T (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2 \quad (5)$$

Введя обозначения

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^T (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2 &= Q; \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^T (X_{ij} - \bar{X}_j)^2; \\ n \sum_{j=1}^T (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2 &= Q_A \end{aligned} \quad (6)$$

Получим:

$$Q = Q_A + Q_o \quad (7)$$

Уравнение (7) является основным в однофакторном дисперсионном анализе. Разделив обе части равенства (7) на $n-1$, получим:

$$D = D_A + D_o \quad (8)$$

где: D_A – дисперсия, вызываемая действием фактора А;

D_o – остаточная дисперсия;

D – общая дисперсия процесса.

Для оценки существенности влияния фактора А на процесс составляется отношение:

$$F = \frac{Q_A T (n-1)}{Q_o (T-1)} \quad (9)$$

Известно, что эта статистика подчиняется распределению Фишера со степенями свободы $f_1 = T-1$ и $f_2 = T(n-1)$

Задавая уровень значимости α (обычно $\alpha=0,05$), из таблицы распределения Фишера определим критическое значение $F^* = F_{\alpha}/f_1; f_2$ при выполнении неравенства $F < F^*$, предполагая, что фактор А не оказывает влияния на процесс, если выполняется неравенство $F > F^*$ – влияние фактора А значимо.

Для выявления влияния матриц (фактор А) на высоту деталей было произведено 20 запрессовок на каждой из 12 матриц, после чего у каждой из деталей была замерена высота. Результаты эксперимента приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты эксперимента по определению влияния матриц (уровни фактора А) на высоту деталей

№ п/п	Уровни фактора А j (=1,2,...12)											
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀	A ₁₁	A ₁₂
1	108,30	108,30	108,25	108,55	108,75	108,45	108,10	108,40	108,85	108,85	108,50	108,50
2	108,70	108,85	108,50	108,60	108,65	109,00	108,55	108,70	108,80	108,90	108,90	10,50
3	108,40	108,75	108,40	108,80	108,55	109,20	109,05	108,90	108,60	108,60	108,60	108,90
4	108,30	108,75	108,45	108,85	108,90	109,00	108,85	108,50	108,40	109,10	108,60	108,60
5	109,00	109,20	109,00	109,20	109,25	109,55	109,2	108,70	109,20	109,55	109,15	109,10
6	108,25	108,85	108,35	108,85	108,50	108,85	108,75	108,20	108,50	109,30	108,65	109,75
7	109,05	109,10	108,80	109,25	109,25	109,50	108,95	108,9	109,25	109,4	109,25	108,85
8	108,90	109,00	108,45	109,15	109,00	109,40	108,85	109,10	109,10	109,45	109,00	109,25
9	109,00	108,85	108,50	108,55	108,80	109,00	108,80	108,50	108,70	109,30	108,80	109,00
10	108,80	109,10	108,20	108,55	109,15	109,50	109,25	108,50	108,80	109,65	108,95	109,05
11	108,75	109,10	108,25	108,70	109,00	109,35	109,05	1093,30	108,75	109,35	108,95	108,95
12	108,90	109,10	108,85	109,00	109,05	109,04	109,05	108,90	109,30	108,95	109,05	109,10
13	109,05	109,05	108,90	109,10	109,10	109,35	109,20	108,95	109,00	109,40	109,10	109,15
14	108,85	109,00	108,60	109,10	108,80	109,25	109,00	108,75	109,00	109,25	109,05	109,05
15	108,90	109,05	108,75	108,90	108,9	109,25	108,95	108,80	108,80	109,2	18,95	109,75
16	108,65	108,80	108,2	108,75	109,10	109,35	108,40	108,60	109,00	109,10	108,75	108,90
17	109,00	109,25	108,50	109,05	109,00	109,30	109,00	109,25	109,00	109,25	109,00	109,10
18	109,10	109,30	108,50	109,05	109,45	109,75	108,75	108,90	109,40	109,05	109,25	109,75
19	108,85	109,40	108,50	109,10	109,40	109,80	108,75	109,00	109,60	110,00	109,10	109,45
20	109,10	109,20	108,95	109,15	109,10	109,75	109,00	109,05	109,30	109,45	109,20	109,35
$\bar{X}_j$	108,80	109,00	108,55	108,95	109,00	109,30	108,85	108,80	108,95	109,30	108,95	109,00
$\bar{X}_j \quad (j=1,...12)$												

На основании данных, приведенных в таблице 2, общая средняя арифметическая высота по всем замерам $\bar{H} = 108,95$ мм. Используя данные таблицы 2, по формуле (6) получим: $Q_0 = 17,025$ и $Q_A = 9,35$.

Значение статистики Фишера, вычисленное по формуле (9), ставило $F = 11,38$. Критическое значение статистики Фишера составило $F^* = 0,05/11,228 = 1,79$.

Поскольку $F > F^*$, то можно сделать вывод о существенном влиянии матриц на высоту деталей. Посредством применимости рангового критерия Дункана было установлено, что наибольшее отличие отмечается в деталях, изготовленных в формате матриц 3 и 9, 10. Последующее обследование прессового оборудования показало, что различие высот деталей, изготовленных в разных матрицах, обуславливалось ошибочной установкой ограничителей на выходные параметры готовой продукции. Устранение этой причины помогло значительно уменьшить процент несоответствующих деталей по высоте.

Рассмотрим пример применения трехфакторного дисперсионного анализа для оценки факторов, влияющих на процесс прессования деталей, включая давление прессования, величину навески и высоту деталей. С этой целью был проведен эксперимент посредством выбора продукта с разной дисперсностью, из которого прессовались детали при различных давлениях прессования и

навесках продукта. У изготовленных деталей были измерены высоты с точностью до 0,05 мм.

Результаты эксперимента приведены в таблице 3.

Поскольку целью эксперимента было выявление влияния факторов процесса на высоту деталей, в таблице 3 не приводятся истинные значения факторов. Уровни их значений условно обозначены значками P_i , G_i , L_i .

На основании данных экспериментов были рассчитаны суммы квадратов центральных отклонений, вызываемых соответствующими факторами дисперсии.

Результаты расчетов для трехфакторного дисперсионного анализа приведены в таблице 4, где символами Q_L , Q_P , Q_G обозначены суммы квадратов отклонений высот, вызываемых действием соответствующих факторов процесса, а символами Q_{LP} , Q_{LG} , Q_{LPG} – суммы квадратов отклонений, вызываемых взаимодействием факторов.

Таблица 3 – Результаты расчетов для трехфакторного дисперсионного анализа с целью выявления влияния факторов процесса прессования на высоту деталей.

Факторы процесса прессования		Дисперсность							
		L_1				L_2			
		Давление прессования				Давление прессования			
		P_1		P_2		P_3		P_4	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Навеска продукта	G_2	49,55	49,50	51,05	51,00	49,70	49,60	51,05	51,10
		49,30	49,50	50,75	50,90	49,65	49,55	50,95	51,00
		49,35	49,35	51,00	51,05	49,50	49,65	50,90	51,00
		49,25	49,40	51,00	50,90	49,65	49,60	51,00	50,90
		49,25	49,30	50,80	50,90	49,60	49,50	51,00	50,90
		49,25	49,25	50,90	50,90	49,60	49,50	50,95	50,80
	G_1	48,90	48,95	49,65	49,65	48,95	48,90	48,80	48,85
		48,80	48,85	49,55	49,50	48,95	48,90	48,90	48,75
		48,90	49,00	49,50	49,55	48,90	49,00	48,75	48,90
		49,00	48,90	49,50	49,50	49,00	49,00	48,95	48,85
		48,95	48,85	49,45	49,50	49,00	48,90	49,05	48,85
		48,95	48,90	49,45	49,45	48,95	49,05	48,85	49,00

Таблица 4 – Результаты экспериментов для трехфакторного дисперсионного анализа

Суммы квадратов отклонений	Дисперсии	Число степеней свободы	Дисперсионные отношения	Критическое значение критерия Фишера	Вид изменчивости
$Q_L = 0,81$	$D_L = 0,0085$	1	$F_L = 9,38$	$F^* = 3,95$	Дисперсность продукта
$Q_P = 71,76$	$D_P = 0,7554$	1	$F_P = 50,15$	$F^* = 3,95$	Давление прессования
$Q_G = 124,67$	$D_G = 1,3123$	1	$F_G = 77,17$	$F^* = 3,95$	Навеска продукта
$Q_{LG} = 4,16$	$D_{LG} = 0,0438$	1	$F_{LG} = 3,87$	$F^* = 3,95$	Взаимодействие

$Q_{LP} = 5,22$	$D_{LP} = 0,0549$	1	$F_{LP} = 4,14$	$F^* = 3.95$	Взаимодействие
$Q_{PG} = 34,80$	$D_{PG} = 0,3663$	1	$F_{LG} = 11,77$	$F^* = 3.95$	Взаимодействие
$Q_{LPG} = 1.16$	$D_{LPG} = 0,0122$	1	$F_{LPG} = 2,76$	$F^* = 3.95$	Взаимодействие
$Q_0 = 7,75$	$D_0 = 0,0816$	88	-	-	Неконтролируемые факторы

Таким образом, можно сделать вывод, что влияние каждого из рассмотренных факторов на изменение высоты деталей является значимым при 95%-ом уровне доверия.

Заключение

Применение дисперсионного анализа при исследованиях технологических процессов прессования различных деталей в различных отраслях промышленности, в том числе и для авиационной промышленности, позволяет сравнительно быстро выявить факторы, оказывающие влияние на процесс, что особенно важно при его совершенствовании и регулировании.

Дисперсионный анализ позволяет значительно снизить трудоемкость проведения экспериментов при выявлении факторов, оказывающих влияние на процесс, по сравнению с обычными планами экспериментов.

Применение дисперсионного анализа позволяет уменьшить влияние неблагоприятных факторов на функционирование технологических процессов, что приводит к уменьшению несоответствующей продукции.

Библиографический список

- Амосов А. А. Вычислительные методы для инженеров / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченкова. М.: Высш. шк., 1994. 544 с.
- Андерсон Т. В. Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 1976. 345 с.
- Антонов А. В. Оптимизация числа запасных элементов оборудования, важных для безопасности АЭС / А. В. Антонов, А. В. Пляскин, В. А. Чепурко // Методы менеджмента качества. 2001. № 8. С. 27-30.
- Бахвалов Н. С. Численные методы: т.1 / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. М.: Лаборатория знаний, 2020. 636 с.
- Боровикова О. В. Применение дисперсионного и ковариационного анализа в управлении качеством продукции // Вестник Белорусско-Российского университета. 2020. №4 (69). С. 125-132. DOI 10.53078/20778481_2020_4_125. EDN STOOXM.
- Васильева А. Б. Интегральные уравнения / А. Б. Васильева А. Б., Н. А. Тихонов. 2-е изд., стереотип. М.: Физматлит, 2002. 160 с.
- Венецкий И. Г. Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе / И. Г. Венецкий, В. И. Венецкая. М.: Статистика, 1974. 61 с.
- Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. 2-е изд. М.: Высшая школа. 2000. 480 с.
- Веснин В. Метод планирования циклических форсированных испытаний // НКК. 1995. №3. С. 3-8.
- Водовозова Ю. А. Применение однофакторного дисперсионного анализа к обработке результатов эксперимента / Ю. А. Водовозова, Л. М. Трошина // Наука, инновации, образование: актуальные вопросы XXI века: сборник статей V Международной научно-

практической конференции, Пенза, 30 марта 2023 года. Пенза: Наука и Просвещение (ИП Гуляев Г.Ю.), 2023. С. 10-13. EDN HAOUDS.

Галкин В. И. Моделирование и оценка причин возникновения дефектов в процесс изотермической штамповки оребренных панелей из алюминиевых сплавов / В. И. Галкин, А. Р. Палтиевич, А. Е. Шелест // Вестник Московского авиационного института. 2017. Т. 24. № 3. С. 170-178. EDN YTNZEJ.

Гианулис Л. Прогноз ожидаемого числа возвратов отказавшей продукции при массовом производстве. На примере портативных телефонов // Методы менеджмента качества. 2000. №11. С. 38-41.

Гирилович Н. В. Применение статистических методов при анализе несоответствий несоответствующей продукции в процессе производства / Н. В. Гирилович, Г. В. Довгополая // Литье и металлургия. 2021. № 3. С. 40-45. DOI 10.21122/1683-6065-2021-3-40-45. EDN ROAICU.

Калмыков В. В. Исследование статистических методов анализа технологических факторов при токарной обработке / В. В. Калмыков, О. С. Федорова, И. Е. Малышев // Фундаментальные исследования. 2017. №6. С. 48-52. EDN ZBMZJR.

Колмогоров А. Н. О логарифмически нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении // Докл. АН СССР. 1941. Т. 31. №2. С. 99.

Михальчук А. С. Дисперсионный анализ погрешностей технологических процессов микроэлектроники / А. С. Михальчук, Ю. А. Пичугин // Моделирование и ситуационное управление качеством сложных систем. 2017. С. 35-38. EDN ZWWEMJ.

Разработка методики оценки дисперсной среды сложного состава / В. В. Киреев, Д. М. Попов, С. А. Ратников, А. В. Грачев // Техника и технология пищевых производств. 2012. № 1(24). С. 107-112. EDN OXIBGH.

References

Amosov A. A., Dubinskiy Yu. A., Kopchenova N. V. (1994). Computational methods for engineers. Moscow: Higher School, 1994. 544 p. (In Russian)

Anderson T. W. Statistical time series analysis. Moscow: Mir, 1976. 345 p. (In Russian)

Antonov A. V., Plyaskin A. V., Chepurko V. A. (2001). Optimization of the number of spare parts of equipment important for NPP safety. Quality management methods. 8: 27-30. (In Russian)

Bakhvalov N. S., Zhidkov N. P., Kobel'kov G. M. (2020). Numerical methods: vol. 1. Moscow: Knowledge Laboratory, 2020. 636 p. (In Russian)

Borovikova O. V. (2020). Application of dispersion and covariance analysis in product quality management. Bulletin of the Belarusian-Russian University. 4(69): 125-132. (In Russian)

Galkin V. I., Paltiyevich A. R., Shelest A. Ye. (2017). Modeling and assessment of the causes of defects in the process of isothermal stamping of ribbed panels made of aluminum alloys. *Bulletin of the Moscow Aviation Institute*. 24(3): 170-178. (In Russian)

Gianulis L. (2000). Forecast of the expected number of returns of failed products during mass production. Using the example of portable phones. *Quality management methods*. 11: 38-41. (In Russian)

Girilovich N. V., Dvugopolaya G. V. (2021). Application of statistical methods in the analysis of inconsistencies of inappropriate products in the production process. Casting and metallurgy. 3: 40-45. (In Russian)

Kalmykov V. V., Fedorova O. S., Malyshev I. E. (2017). Study of statistical methods for analyzing technological factors in turning. *Fundamental research*. 6: 48-52. (In Russian)

Kireyev V. V., Popov D. M., Ratnikov S. A., Grachev A. V. (2012). Development of a methodology for assessing a dispersed medium of complex composition. Technique and technology of food production. 1(24): 107-112. (In Russian)

Kolmogorov A. N. (1941). On the logarithmically normal law of particle size distribution during crushing. *Docl. USSR Academy of Sciences*. 31(2): 99. (In Russian)

- Mikhal'chuk A. S., Pichugin Yu. A. (2017). Analysis of variance errors of technological processes of microelectronics. Modeling and situational quality management of complex systems. 35-38. (In Russian)*
- Vasil'yeva A. B., Tikhonov N. A. (2002). Integral equations. 2nd ed., stereotype. Moscow: Fizmatlit, 2002. 160 p. (In Russian)*
- Venetskiy I. G., Venetskaya V. I. (1974). Basic mathematical and statistical concepts and formulas in economic analysis. Moscow: Statistics, 1974. 61 p.*
- Vesnin V. (1995). Method of planning cyclic forced tests. NCC. 3: 3-8. (In Russian)*
- Vodovozova Yu. A., Troshina L. M. (2023). Application of one-factor analysis of variance to the processing of experimental results. Science, innovation, education: current issues of the 21st century: collection of articles of the V International Scientific and Practical Conference. Penza: Science and Enlightenment (IP Gulyaev G.Yu.), 2023. pp. 10-13. (In Russian)*
- Wentzel Ye. S., Ovcharov L. A. (2000). Probability theory and its engineering applications. 2nd ed. Moscow: Higher School, 2000. 480 p. (In Russian)*