

УДК 621.396.96

DOI 10.51955/2312-1327\_2024\_3\_76

## АНАЛИЗ ПРИНЦИПОВ ОБРАБОТКИ НАВИГАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ И ПОСТРОЕНИЯ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ МНОГОПОЗИЦИОННОЙ СИСТЕМЫ НАБЛЮДЕНИЯ

*Дмитрий Юрьевич Урбанский,  
orcid.org/0009-0000-2574-512X,  
Акционерное общество «Авиакомпания «Ангара»,  
ул. Ширямова, 2  
Иркутск, 664009, Россия  
urbdim.ru@gmail.com*

**Аннотация.** В последнее десятилетие наблюдается повышение объема пассажирских и грузовых авиаперевозок, что приводит к увеличению плотности воздушного движения. При этом ужесточаются требования к безопасности полетов, достижение которых возможно при помощи систем организации воздушного движения. В соответствии с рекомендациями ИКАО для повышения эффективности воздушных перевозок предлагается использовать современные средства наблюдения. Внедрение в Российской Федерации многопозиционной системы наблюдения (МПСН) на базе автоматического зависимого наблюдения вещательного типа (АЗН-В) направлено на реализацию государственных и региональных программ развития авиации, повышения безопасности полетов, качества аэронавигационного обеспечения системы организации воздушного движения. Поэтому анализ принципов построения рабочей зоны и обработки навигационной информации в многопозиционной системе наблюдения с целью повышения точности определения координат ВС является актуальной научно-исследовательской задачей. Рассмотрен подход повышения эффективности функционирования МПСН при обработке информации в условиях шумов и помех. Анализ результатов моделирования предложенного алгоритма на основе дискретного фильтра Калмана показывает высокую точность оценки плановых координат воздушного судна (ВС). Для автоматизации процесса расчета и построения рабочих зон многопозиционной системы наблюдения разработано специализированное программное обеспечение.

**Ключевые слова:** многопозиционная система наблюдения, технология мультилатерации, автоматическое зависимое наблюдение, фильтр Калмана, рабочая зона, местоположение, метод наименьших квадратов.

## ANALYSIS OF THE PRINCIPLES OF PROCESSING NAVIGATION INFORMATION AND CONSTRUCTING THE WORKING ZONE OF A MULTI-POSITION SURVEILLANCE SYSTEM

*Dmitry Y. Urbansky,  
orcid.org/0009-0000-2574-512X,  
Joint Stock Company «Angara» Airlines,  
2, Shiryamova  
Irkutsk, 664009, Russia  
urbdim.ru@gmail.com*

**Abstract.** The use of modern surveillance equipment in accordance with ICAO recommendations is aimed at improving the efficiency of air transportation, increasing the capacity of airspace and airfields, and improving the safety of flights and ground operations.

© Д.Ю.Урбанский, 2024

The introduction in the Russian Federation of a multi-position surveillance system (MPSS) based on automatic dependent surveillance of the broadcast type (ADS-B) is intended to facilitate the implementation of state and regional aviation development programs in terms of creating conditions for improving flight safety, availability and quality of air navigation services for airspace users. Therefore, the analysis of the principles of constructing a working area and processing navigation information in a multi-position surveillance system for improving the accuracy of aircraft position-fixing is an urgent research task. An approach to improving the efficiency of the MPSS operation when processing information in conditions of noise and interference has been considered. Analysis of the results of modeling the proposed algorithm based on the discrete Kalman filter shows high accuracy of estimating the planned coordinates of an aircraft. Specialized software has been developed to automate the process of calculating and constructing working areas of a multi-position surveillance system.

**Keywords:** multi-position surveillance system, multilateration technology, automatic dependent surveillance, Kalman filter, working area, location, least squares method.

## Введение

Для наблюдения и контроля за ВС используются радиолокационные станции (РЛС). Точность определения координат ВС в отдельных случаях РЛС не соответствует требованиям и нормам безопасности полетов. Кроме того, существуют «мертвые зоны», в которых невозможно наблюдение за ВС, в частности из-за рельефа местности. Это, в свою очередь, может привести к следующим негативным явлениям [Development a method for determining..., 2021]:

- существенным ошибкам в определении координат ВС;
- маскировке нарушителей воздушного пространства для гражданских ВС;
- снижению качества контроля воздушного пространства.

В соответствии с рекомендациями ИКАО применение современных средств наблюдения направлено на повышение эффективности воздушных перевозок и повышение безопасности полетов. По сравнению со вторичными радиолокаторами МПСН обладают инструментальными характеристиками большей точности определения координат ВС и темпу обновления навигационной информации. Система МПСН на базе АЗН-В позволяет реализовать функции мониторинга воздушного пространства и наземной инфраструктуры. Внедрение в Российской Федерации многопозиционной системы наблюдения (МПСН) на базе автоматического зависимого наблюдения вещательного типа (АЗН-В) направлено на реализацию государственных и региональных программ развития авиации, повышения безопасности полетов, качества аэронавигационного обеспечения системы организации воздушного движения. Опубликованные результаты исследований (Великобритания, САА, Low Density Low Complexity Airspace) подтверждают целесообразность применения современных технологий наблюдения, в том числе, в условиях низкой интенсивности полетов [Концепция внедрения..., 2018].

Глобальный аэронавигационный план ИКАО предполагает развитие систем наблюдения на базе МПСН и АЗН-В в нерадарном воздушном пространстве в целях увеличения пропускной способности воздушных трасс за

счет снижения норм эшелонирования, повышения безопасности полетов и эффективности поисково-спасательных операций [Глобальный аэронавигационный план..., 2013].

В современных условиях роста интенсивности воздушного движения повышение точности определения координат ВС представляет собой актуальную задачу. Перспективным направлением является метод определения координат ВС с дополнительным использованием технологии мультилатерации [Лежанкин и др., 2019]. Эффективность функционирования системы МПСН зависит от алгоритмов обработки информации в условиях шумов и помех [Ерохин, 2019]. Точность определения местоположения зависит от взаимного расположения ВС и наземных станций при существующей или разворачиваемой конфигурации системы [Исследование точностных характеристик..., 2023].

Цель статьи – анализ принципов построения рабочей зоны, методов обработки навигационной информации в МПСН для повышения точности определения координат ВС и эффективности функционирования многопозиционной системы наблюдения в ожидаемых условиях эксплуатации.

### **Обзор литературы**

В [Development a method for determining..., 2021; Use of the ADS-B information..., 2017] для повышения точности определения местоположения ВС предложено использовать информацию от транспондеров АЗН-В, недостатком является отсутствие расчетов и оценок точности определения координат ВС.

В [Development a method for determining..., 2021; Method for determining coordinates..., 2021] предложено для повышения точности определения местоположения ВС совместно с РЛС использовать приемники АЗН-В. Показано, что дополнительное применение приемников АЗН-В повышает точность определения координат ВС. Недостатком [Method for determining coordinates..., 2021] является невозможность реализации данного подхода при отсутствии на борту транспондеров АЗН-В.

В [On the application of singular value..., 2013] предложен статистический способ оценки радионавигационных параметров ВС, который предполагает получение оценок местоположения объекта на основе метода максимального правдоподобия. Рассмотренный в [On the application of singular value..., 2013] метод наиболее близок к оптимальному, однако он не позволяет получить прямое решение навигационной задачи и требует использования оптимального поиска экстремума сложной целевой функции в многомерном пространстве.

В [Schau et al., 1987] предложены численные методы оценки радионавигационных параметров объекта, которые, в отличие от представленных в [On the application of singular value..., 2013], используют поиск в меньшем пространстве и простую целевую функцию (обычно квадратичную). Недостатком [Schau et al., 1987] является смещенность оценок и их неоптимальность в статистическом смысле.

В работах [Development a method for determining..., 2021; Leonardi et al., 2009; The Definition of the Paramethers..., 2021] предложены алгебраические методы оценки радионавигационных параметров ВС, достоинством которых

является формирование оценок координат ВС на основе решения переопределяющей линейной системы уравнений. Недостатком [Development a method for determining..., 2021; Leonardi et al., 2009; The Definition of the Parameters..., 2021] является применяемый детерминированный подход в условиях стохастического характера данных, что не обеспечивает их оптимальности предлагаемых методов.

Авторы [Development a method for determining..., 2021; Monakov, 2018a; Monakov, 2018b] предлагают методы оценки местоположения ВС для активного режима работы системы мультилатерации, представлены результаты синтеза комбинированного метода с использованием алгоритма Банкрофта. Достоинствами [Development a method for determining..., 2021; Monakov, 2018a; Monakov, 2018b] являются простота и малый объем вычислений, недостатками – использование дополнительной процедуры принятия решения, неоднозначность вычисляемых координат.

В [Development a method for determining..., 2021; Monakov, 2018b] предложен способ оценки местоположения ВС для пассивной работы системы мультилатерации, который основан на сочетании алгебраических и статистических методов определения координат объектов с использованием алгоритма Банкрофта. Точность оценки координат ВС на основе предлагаемого метода соответствует точности алгоритма Банкрофта, недостатком является низкая пропускная способность на малых расстояниях системы мультилатерации.

В [Skrypnik et al., 2019] рассчитаны рабочие зоны систем мультилатерации, проведен анализ параметров в зависимости от конфигурации наземных станций. Основным недостатком [Skrypnik et al., 2019] является то, что расчеты проводились для глобальной системы WAM без учета особенностей конфигурации наземных станций МПСН.

Обзор научных публикаций показал, что применение МПСН позволяет повысить точность определения координат ВС. Поэтому целесообразно проводить исследование способа обработки навигационной информации при определении координат ВС использованием мультилатерационной технологии.

### **Цель и задачи исследования**

Целью данной работы является исследование подходов к решению задачи определения местоположения ВС использованием технологии мультилатерации, что позволит повысить точность определения координат.

Для достижения цели сформулированы следующие этапы:

- оценка возможности и точности определения координат воздушных объектов с использованием технологии мультилатерации в условиях воздействия шумов;
- разработка алгоритмического и программного обеспечения для расчета и построения рабочих зон многопозиционной системы наблюдения;
- анализ параметров рабочей зоны в зависимости от конфигурации наземных станций и исследование точностных характеристик системы.

## Материалы, методы и принятые допущения

При обосновании использования технологии мультilaterации и определении основных этапов процесса определения координат ВС, а также для оценки точности навигационных определений предлагается использовать следующие методы исследования: 1. Системный анализ; 2. Имитационное моделирование; 3. Статистическая теория оценки параметров; 4. Теория фильтрации; 5. Многопозиционные радиотехнические системы; 6. Математический аппарат теории векторов и матриц.

В ходе исследования были приняты следующие ограничения и допущения: приемник МПСН цифровой; прием полезного сигнала осуществляется на фоне шумов и помех; беспрепятственный прием сигнала с ВС обеспечивается многопозиционной системой идентичных приемников с использованием технологии мультilaterации; в качестве сигналов для многопозиционной системы приемников наземных станций используются сигналы транспондера АЗН-В с борта ВС; частота ответного сигнала с борта ВС составляет 1090 МГц.

Рассмотрим использование многопозиционной системы приемников при реализации технологии мультilaterации для определения координат ВС, как показано на рис. 1 [Development a method for determining..., 2021].

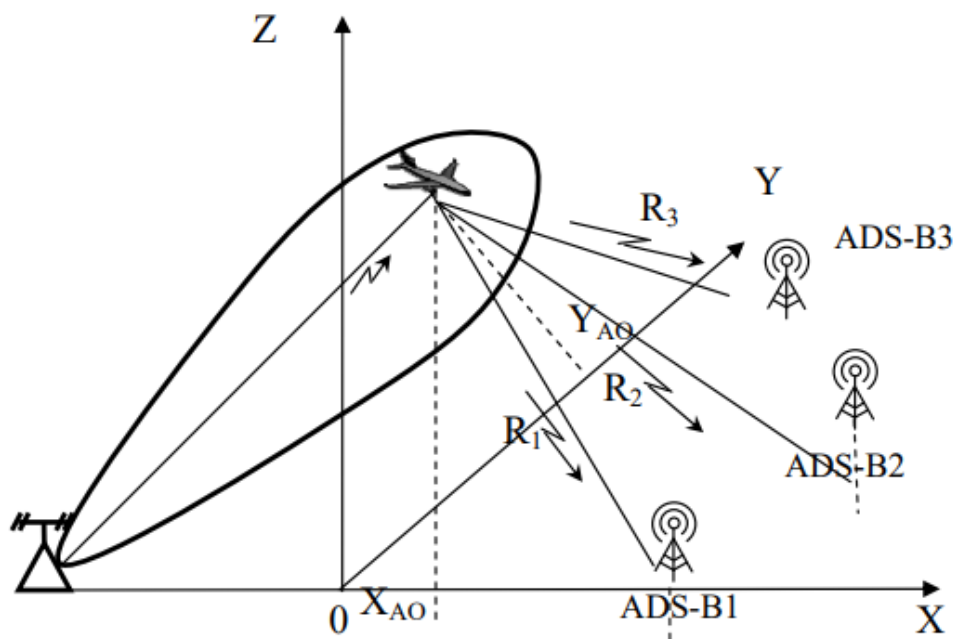


Рисунок 1 – Многопозиционная система приемников для реализации технологии мультilaterации

Транспондер АЗН-В ВС с координатами  $X_{AO}$ ,  $Y_{AO}$  передает сигнал на частоте 1090 МГц, который принимают приемники наземных станций многопозиционной системы [Method for determining coordinates..., 2021]. В мультilaterационной технологии реализован разностно-дальномерный позиционный метод определения местоположения. При использовании данного метода координаты ВС определяются как точка пересечения трех линий положений [Определение местоположения воздушного судна..., 2021; Системы

наблюдения на воздушном транспорте..., 2023; Development a method for determining..., 2021].

Транспондер АЗН-В в автоматическом режиме передает сигнал, который поступает на каждую станцию в разные моменты времени  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  и  $t_4$ , соответственно. Тогда разность времени поступления сигналов запишем в виде:

$$\Delta t_{12} = t_1 - t_2, \Delta t_{32} = t_3 - t_2, \Delta t_{42} = t_4 - t_2.$$

Вычисляются три дальности до ВС  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и три разности соответствующих дальностей

$$\Delta R_{12} = R_1 - R_2 = c \cdot \Delta t_{12}, \Delta R_{32} = R_3 - R_2 = c \cdot \Delta t_{32}, \Delta R_{42} = R_4 - R_2 = c \cdot \Delta t_{42},$$

где  $c$  – скорость света.

Разность дальностей между ВС и приемниками наземных станций можно представить в общем виде [Development a method for determining..., 2021]:

$$\Delta R_{ij} = R_i - R_j = \sqrt{[(x_i - x_T)^2 + (y_i - y_T)^2 + (z_i - z_T)^2]} + \\ + \Delta R_i - \sqrt{[(x_j - x_T)^2 + (y_j - y_T)^2 + (z_j - z_T)^2]} - \Delta R_j = c \cdot \Delta \tau_{ij}.$$

где  $\Delta R_{ij}$  – разность расстояний от ВС до  $i$ -го и  $j$ -го приемных пунктов;  $x_i, y_i, z_i, x_j, y_j, z_j$  – известные координаты приемных пунктов с номерами  $i$  или  $j$  в декартовой системе координат;  $x_T, y_T, z_T$  – неизвестные координаты ВС;  $\Delta \tau_{ij}$  – разность моментов прихода сигнала от ВС до  $i$ -го и  $j$ -го приемных пунктов соответственно.

В систему (1) входят четыре неизвестных величины: три координаты ВС  $x_T, y_T, z_T$  и погрешность измерения, обусловленная отсутствием синхронизации шкал времени в пунктах приема  $\Delta R_{\text{синхр}} = \Delta R_i - \Delta R_j$ . В соответствии с методом разностно-дальномерных измерений [Гришин и др., 1990; Ярлыков, 1985], геометрическое место точек, соответствующих одному значению разности дальностей  $\Delta R_i$ , представляет собой линию положения в виде гиперболы. Точка пересечения линий положения есть местоположение ВС. При трех точках приема и единичном измерении разности дальностей положение ВС находится путем решения системы нелинейных уравнений (1).

Пусть вектор состояния ВС содержит декартовы координаты ВС и погрешность бортовой шкалы времени транспондера МПСН

$$\lambda = [x \ y \ z \ t]^T.$$

Вектор наблюдений оценок моментов прихода сигналов (первичная обработка информации) имеет вид

$$\xi_{\tau,k} = \begin{bmatrix} \cup & \cup & \dots & \cup \\ \tau_{1,k} & \tau_{2,k} & \dots & \tau_{N,k} \end{bmatrix}^T.$$

Из выражения (1) видно, что неизвестные координаты ВС нелинейно входят в уравнения разностей дальностей. Поэтому для реализации алгоритма МНК выполним разложение выражения (1) в ряд Тейлора в окрестности истинных значений координат  $(x_0, y_0, z_0)$ , с помощью метода статистической линеаризации, при этом ограничимся двумя первыми членами разложения и применительно к  $\Delta t_{1,2}$  получим результат:

$$\begin{aligned} \Delta t_{1,2} = h_1(x_0, y_0, z_0) + \frac{\partial h_1(x, y, z)}{\partial x} \bigg|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0 \\ z=z_0}} \Delta x + \frac{\partial h_1(x, y, z)}{\partial y} \bigg|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0 \\ z=z_0}} \Delta y + \\ + \frac{\partial h_1(x, y, z)}{\partial z} \bigg|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0 \\ z=z_0}} \Delta z + \varepsilon_{1,2}. \end{aligned}$$

Алгоритмы определения местоположения ВС предложены в работах [Алгоритмы управления траекториями..., 2021; Ерохин и др., 2023; Скрыпник и др., 2020; Monakov, 2018б; Monakov, 2018в]. Если ограничиться только проблемой определения местоположения, можно воспользоваться известными методами решения нелинейных уравнений, например, методом Ньютона-Рафсона или методом наименьших квадратов (МНК). В МПСН для получения оценок параметров траекторного движения ВС используются сигналы всех видимых наземных станций. В этом случае наиболее простое решение получается при использовании МНК (в общем случае используется итерационный МНК) [Emeljancev et al., 2016].

Тогда алгоритм вычисления оценок координат местоположения ВС, основанный на таком подходе, записывается в виде [Emeljancev et al., 2016]:

$$x_k = x_k + \left( H^T(x_k) H(x_k) \right)^{-1} H^T(x_k) (y_{\tau,k} - h(x_k)) c,$$

где  $x_k$  — начальное приближение (оценка) вектора  $x_k$ ;  $h(x_k)$ ;  $H(x_k)$  — функции, определяемые в соответствии с выражениями (4) и (5):

$$h(x_k) = \frac{1}{c} \left( \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + (z_i - z_k)^2} + \delta D \right);$$

$$H^T(x_k) = \left. \frac{\partial h(x_k)}{\partial x_k} \right|_{x_k = x_k},$$

где  $\delta D$  – погрешность радиальной дальности, обусловленная уходом часов бортового транспондера МПСН и наземных станций.

Недостатком данного алгоритма является то, что он не учитывает измерения радионавигационных параметров, полученных ранее. Существенного улучшения характеристик навигационных алгоритмов можно достичь за счет применения методов оптимальной фильтрации.

### Постановка задачи

Обзор существующих алгоритмов обработки навигационной информации показал, что в ряде случаев они не обеспечивают требуемых характеристик, т.к. они синтезированы в детерминированной постановке и используют упрощенные модели сигналов. Требуется синтезировать алгоритм оценки координат ВС на основе измерений моментов прихода сигналов. Как правило, в перспективных, разрабатываемых на современной элементной базе, системах возможно использование алгоритмов гораздо большей сложности, чем существующих, при условии, что повышается качество функционирования системы в целом [Степанов, 2010; Степанов, 2012; Тихонов и др., 1991; Ярлыков и др., 1993].

Основной задачей системы навигации является наилучшая (в том или ином смысле) обработка поступающей статистической информации. Для синтеза подобных систем широко используются статистические теории оптимальной фильтрации (ТОФ) [Степанов, 2010; Степанов, 2012; Тихонов и др., 1991; Ярлыков и др., 1993]. Ещё одна особенность в постановках задачи синтеза в ТОФ – это критерии выбора наилучшего решения.

В ТОФ полагается заданным информационный процесс, который подлежит оцениванию с максимальной точностью. Этот процесс представляется  $n$ -мерным вектором  $\bar{\lambda}_{u,v}$ , динамику которого во времени можно представить в виде разностного уравнения [Ерохин, 2019; Степанов, 2010; Степанов, 2012; Тихонов и др., 1991; Ярлыков и др., 1993].

$$\bar{\lambda}_{u,v} = \Phi_{u,v} \bar{\lambda}_{u,v-1} + G_{u,v} \bar{w}_{u,v-1}, \quad (2)$$

где  $v$  – временной индекс;  $\Phi_{u,v}, G_{u,v}$  – матрицы размера  $n \times n$  и  $n \times l$  соответственно;  $\bar{w}_{u,v}$  –  $l$ -мерный вектор дискретных белых гауссовских шумов (ДБГШ) с нулевыми математическими ожиданиями и матрицей дисперсий  $\Psi_u$ .

Для  $m$ -мерного вектора наблюдений  $\bar{\xi}_v$  запишем уравнение [Ерохин, 2019; Степанов, 2010; Степанов, 2012; Тихонов и др., 1991; Ярлыков и др., 1993].

$$\bar{\xi}_v = \mathbf{H}_{u,v} \bar{\lambda}_{u,v} + \bar{\mathbf{p}}_v, \quad (3)$$

где  $\mathbf{H}_{u,v}$  – матрица наблюдений размерности  $m \times n$ ;  $\bar{\mathbf{p}}_v$  –  $m$ -мерный вектор дискретных белых гауссовских шумов с нулевыми математическими ожиданиями и матрицей дисперсий  $\mathbf{V}_u$ , шумы  $\bar{\mathbf{w}}_{u,v}$  и  $\bar{\mathbf{p}}_v$  независимы;  $\mathbf{M}\{\bar{\mathbf{p}}_{\xi v} \bar{\mathbf{p}}_{\xi v}^T\} = \mathbf{V}_v$ ,  $\mathbf{M}\{\bar{\mathbf{p}}_{\lambda v} \bar{\mathbf{p}}_{\lambda v}^T\} = \mathbf{\Psi}_v$ .

Пусть уравнения динамики и наблюдения являются линейными многомерными ( $\bar{\lambda}_v = [\lambda_{1,v}, \lambda_{2,v}, \dots, \lambda_{n,v}]^T$  и  $\bar{\xi}_v = [\xi_{1,v}, \xi_{2,v}, \dots, \xi_{m,v}]^T$ ) и заданы в виде разностных уравнений (2), (3). Под задачей текущей фильтрации понимают воспроизведение (восстановление) в каждый момент времени  $v$  информационного процесса  $\bar{\lambda}_{u,v}$  по результатам наблюдений  $\bar{\xi}_v$  на интервале времени  $[0, v]$ . В качестве критерия оптимальности применим критерий минимума среднего квадрата ошибки

$$J = \min_{\hat{\lambda}} M[(\bar{\lambda}_{u,v} - \hat{\lambda}_{u,v})^T \mathbf{Q}(\bar{\lambda}_{u,v} - \hat{\lambda}_{u,v})], \quad (4)$$

для которого оптимальной оценкой  $\hat{\lambda}_{u,v}$  является условное среднее

$$\hat{\lambda}_{u,v} = \int \bar{\lambda}_u p(\bar{\lambda}_u | \bar{\xi}_1^v) d\bar{\lambda}_u,$$

где  $p(\bar{\lambda}_u | \bar{\xi}_1^v)$  – условная плотность вероятности;  $\bar{\xi}_1^v = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_v\}$ ; интегрирование осуществляется по всей области возможных значений  $\bar{\lambda}_u$ .

При синтезе алгоритма функционирования МПСН исходной для решения задач фильтрации является формула Байеса [Степанов, 2010; Степанов, 2012; Тихонов и др., 1991; Ярлыков и др., 1993]. Синтезируем алгоритм, определяющий структуру оптимальной линейной нестационарной системы обработки навигационной информации. Ввиду того, что в современных специализированных вычислителях реализована цифровая обработка навигационной информации, определим структуру комплексного фильтра Калмана в дискретном времени.

Начальное значение  $\bar{\lambda}_0$  является векторной нормально распределенной случайной величиной с известной априорной плотностью вероятности [Скрышник и др., 2008; Тихонов и др., 1991].

$$p_{pr}(\bar{\lambda}_0) = N\{\bar{\mathbf{m}}_0, \mathbf{R}_0\} = [(2\pi)^{n/2} |\mathbf{R}_0|^{1/2}]^{-1} \exp\{-\frac{1}{2} [\bar{\lambda}_0 - \bar{\mathbf{m}}_0]^T \mathbf{R}_0^{-1} [\bar{\lambda}_0 - \bar{\mathbf{m}}_0]\}.$$

В соответствии с (2) значения  $\bar{\lambda}_v$  формируются в результате линейного преобразования последовательности независимых гауссовских случайных величин (ГСВ)  $\bar{\mathbf{p}}_{\lambda v}$ . Поэтому при нормальном распределении начального значения  $\bar{\lambda}_0$  последовательность  $\bar{\lambda}_v$  будет также нормально распределенной. Согласно (3) случайная величина  $\bar{\xi}_v$  есть сумма двух взаимно независимых ГСВ  $\mathbf{H}_v \bar{\lambda}_v$  и  $\bar{\mathbf{p}}_{\xi v}$ . Поэтому совокупности  $\{\bar{\lambda}_v, \bar{\xi}_1^v\}$  являются совместно нормальными случайными величинами [Скрыпник и др., 2008; Тихонов и др., 1991]. Апостериорная плотность вероятности является нормальной

$$p(\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^v) = N\{\hat{\bar{\lambda}}_v, \mathbf{R}_v\}, \quad (5)$$

где  $\hat{\bar{\lambda}}_v$  – условное апостериорное математическое ожидание, которое является оптимальной оценкой  $\bar{\lambda}_v$  по критерию (4)

$$\hat{\bar{\lambda}}_v = \min_{\bar{\lambda}}^{-1} \{(\bar{\lambda}_v - \hat{\bar{\lambda}}_v)^T \mathbf{Q}_v (\bar{\lambda}_v - \hat{\bar{\lambda}}_v)\} = M\{\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^v\} = \int \bar{\lambda}_v p(\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^v) d\bar{\lambda}_v. \quad (6)$$

Матрица апостериорных дисперсий  $\mathbf{R}_v$ , характеризующая точность оценки вектора состояния  $\hat{\bar{\lambda}}_v$ , определяется по формуле:

$$\mathbf{R}_v = \int (\bar{\lambda}_v - \hat{\bar{\lambda}}_v)(\bar{\lambda}_v - \hat{\bar{\lambda}}_v)^T p(\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^v) d\bar{\lambda}_v. \quad (7)$$

Для получения алгоритма оценки вектора состояния  $\hat{\bar{\lambda}}_v$  в качестве исходного выражения используется основное уравнение фильтрации в дискретном времени [Исследование точностных характеристик..., 2023]:

$$p(\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^v) = c \cdot p(\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^{v-1}) p(\bar{\xi}_1^v | \bar{\lambda}_v), \quad (8)$$

где условная плотность вероятности  $p(\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^{v-1})$  определяется по формуле:

$$p(\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^{v-1}) = \int p(\bar{\lambda}_{v-1} | \bar{\xi}_1^{v-1}) p(\bar{\lambda}_v | \bar{\lambda}_{v-1}) d\bar{\lambda}_{v-1}, \quad (9)$$

а для вычисления вектора оценок  $\hat{\bar{\lambda}}_v$  вместо (6) следует воспользоваться формулой

$$\hat{\lambda}_{iv} = \int \dots \int \lambda_{iv} p(\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^v) d\bar{\lambda}_v, \quad i = \overline{1, n}. \quad (10)$$

При известном начальном распределении  $p_{pr}(\bar{\lambda}_0)$  формулы (8), (9) позволяют рекуррентно вычислять АПВ оцениваемого параметра и совместно с формулой (5) для  $\hat{\lambda}_v$  дают оптимальный алгоритм в дискретном времени, точность фильтрации характеризуется значением апостериорной дисперсии (7) [Тихонов и др., 1991]. Определим составляющие уравнения (8), определяющие два основных действия: экстраполяцию и текущее оценивание с учетом наблюдений.

**Шаг экстраполяции.** Найдем параметры условной ПВ  $p(\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^{v-1})$  вектора экстраполированных значений  $\bar{\lambda}_v$ . Пусть  $\tilde{\lambda}_v = M[\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^{v-1}]$ , в соответствии с выражением (8) определим его составляющие  $p(\bar{\lambda}_{v-1} | \bar{\xi}_1^{v-1})$  и  $p(\bar{\lambda}_v | \bar{\lambda}_{v-1})$ .

Ввиду того, что условная плотность вероятности совместно нормальных случайных величин является нормальной [Скрыпник и др., 2008; Тихонов и др., 1991; Ярлыков и др., 1993], плотность вероятности  $p(\bar{\lambda}_{v-1} | \bar{\xi}_1^{v-1})$  является тоже нормальной и имеет вид

$$p(\bar{\lambda}_{v-1} | \bar{\xi}_1^{v-1}) = c_1 \exp\left\{-\frac{1}{2}[\bar{\lambda}_{v-1} - \hat{\lambda}_{v-1}]^T \mathbf{R}_{v-1}^{-1}[\bar{\lambda}_{v-1} - \hat{\lambda}_{v-1}]\right\}, \quad (11)$$

где  $c_1 = [(2\pi)^{n/2} |\mathbf{R}_{v-1}|^{1/2}]^{-1}$  – нормировочная постоянная,  $\hat{\lambda}_{v-1}$  – условное математическое ожидание, которое является вектором оптимальных оценок,  $\mathbf{R}_{v-1}$  – матрица апостериорных дисперсий.

Условную плотность вероятности  $p(\bar{\lambda}_v | \bar{\lambda}_{v-1})$  находим из уравнения (3)

$$p(\bar{\lambda}_v | \bar{\lambda}_{v-1}) = c_2 \exp\left\{-\frac{1}{2}[\bar{\lambda}_v - \Phi_{v-1} \bar{\lambda}_{v-1}]^T \Psi_v^{-1}[\bar{\lambda}_v - \Phi_{v-1} \bar{\lambda}_{v-1}]\right\}. \quad (12)$$

Подставив выражение (11) и (12) в выражение (9) и проинтегрировав, получим

$$p(\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^{v-1}) = c_3 \exp\left\{-\frac{1}{2}[\bar{\lambda}_v - \Phi_{v-1} \hat{\lambda}_{v-1}]^T \tilde{\mathbf{R}}_v^{-1}[\bar{\lambda}_v - \Phi_{v-1} \hat{\lambda}_{v-1}]\right\}. \quad (13)$$

Непосредственно из уравнения динамики (2) получим

$$\tilde{\lambda}_v = M\{\Phi_{v-1} \bar{\lambda}_{v-1} + \bar{\mathbf{n}}_{\lambda v} | \bar{\xi}_1^{v-1}\} = \Phi_{v-1} M\{\bar{\lambda}_{v-1} | \bar{\xi}_1^{v-1}\} = \Phi_{v-1} \hat{\lambda}_{v-1}. \quad (14)$$

Матрицу дисперсий экстраполированной оценки определим из выражения

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{R}}_v = M\{(\bar{\lambda}_v - \hat{\lambda}_v)(\bar{\lambda}_v - \hat{\lambda}_v)^T | \bar{\xi}_1^{v-1}\} = M\{\Phi_{v-1}(\bar{\lambda}_{v-1} - \hat{\lambda}_{v-1})(\bar{\lambda}_{v-1} - \hat{\lambda}_{v-1})^T \Phi_{v-1}^T\} + \\ + M\{\bar{\mathbf{n}}_{\lambda v} \bar{\mathbf{n}}_{\lambda v}^T\} = \Phi_{v-1} \mathbf{R}_{v-1} \Phi_{v-1}^T + \Psi_v.\end{aligned}\quad (15)$$

Таким образом,

$$p(\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^{v-1}) = N\{\Phi_{v-1} \hat{\lambda}_{v-1} + \bar{\mathbf{g}}_v, \Phi_{v-1} \mathbf{R}_{v-1} \Phi_{v-1}^T + \Psi_v\}. \quad (16)$$

**Шаг учета наблюдений.** Условная ПВ  $p(\bar{\xi}_v | \bar{\lambda}_v)$  является нормальной с параметрами:

$$p(\bar{\xi}_v | \bar{\lambda}_v) = c_4 \exp\{-\frac{1}{2}[\bar{\xi}_v - \mathbf{H}_v \bar{\lambda}_v]^T \mathbf{V}_v^{-1} [\bar{\xi}_v - \mathbf{H}_v \bar{\lambda}_v]\} = N\{\mathbf{H}_v \bar{\lambda}_v, \mathbf{V}_v\}. \quad (17)$$

Основная формула расчета АПВ (8) после подстановки в нее (14) и (16) примет вид

$$\begin{aligned}p(\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^v) = c_{1v} \exp\{-\frac{1}{2}[\bar{\lambda}_v - \tilde{\lambda}_v]^T \tilde{\mathbf{R}}_v^{-1} [\bar{\lambda}_v - \tilde{\lambda}_v] - \\ - \frac{1}{2}[\bar{\xi}_v - \mathbf{H}_v \bar{\lambda}_v]^T \mathbf{V}_v^{-1} [\bar{\xi}_v - \mathbf{H}_v \bar{\lambda}_v]\} = \\ = c_{2v} \exp\{-\frac{1}{2} \bar{\lambda}_v^T [\tilde{\mathbf{R}}_v^{-1} + \mathbf{H}_v^T \mathbf{V}_v^{-1} \mathbf{H}_v] \bar{\lambda}_v + \bar{\lambda}_v^T [\tilde{\lambda}_v^T \tilde{\mathbf{R}}_v^{-1} + (\bar{\xi}_v - \mathbf{H}_v \tilde{\lambda}_v)^T \mathbf{V}_v^{-1} \mathbf{H}_v]^T\}.\end{aligned}\quad (18)$$

Поскольку показатель экспоненциальной функции есть полином второй степени относительно  $\bar{\lambda}_v$ , то условная ПВ  $p(\bar{\lambda}_v | \bar{\xi}_1^v)$  является нормальной. Параметры нормального закона (18) – математическое ожидание в виде вектора  $\hat{\lambda}_v$  и матрица дисперсий  $\mathbf{R}_v$  находятся, если стандартное выражение для многомерной нормальной ПВ записать в виде [Скрыпник и др., 2008]

$$(2\pi)^{n/2} |\mathbf{R}|^{-1/2} \exp\{-\frac{1}{2}(\bar{\lambda} - \hat{\lambda})^T \mathbf{R}^{-1} (\bar{\lambda} - \hat{\lambda})\} = c \exp\{-\frac{1}{2} \bar{\lambda}^T \mathbf{R}^{-1} \bar{\lambda} + \hat{\lambda}^T \mathbf{R}^{-1} \hat{\lambda}\}.$$

Отсюда с учетом того, что

$$\begin{aligned}\tilde{\lambda}_v^T \tilde{\mathbf{R}}_v^{-1} + (\bar{\xi}_v - \mathbf{H}_v \tilde{\lambda}_v)^T \mathbf{V}_v^{-1} \mathbf{H}_v]^T = \mathbf{R}_v^{-1} \hat{\lambda}_v, \\ \tilde{\lambda}_v^T \mathbf{R}_v^{-1} \bar{\lambda}_v = \bar{\lambda}_v^T \mathbf{R}_v^{-1} \tilde{\lambda}_v,\end{aligned}$$

получаем уравнения для  $\hat{\lambda}_v$  и  $\mathbf{R}_v$ :

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_v^{-1} &= \tilde{\mathbf{R}}_v^{-1} + \mathbf{H}_v^T \mathbf{V}_v^{-1} \mathbf{H}_v, \\
\hat{\tilde{\lambda}}_v^T \mathbf{R}_v^{-1} &= \tilde{\lambda}_v^T \tilde{\mathbf{R}}_v^{-1} + (\bar{\xi}_v - \mathbf{H}_v \tilde{\lambda}_v)^T \mathbf{V}_v^{-1} \mathbf{H}_v, \\
\hat{\tilde{\lambda}}_v^T &= \tilde{\lambda}_v^T \tilde{\mathbf{R}}_v^{-1} \mathbf{R}_v + (\bar{\xi}_v - \mathbf{H}_v \tilde{\lambda}_v)^T \mathbf{V}_v^{-1} \mathbf{H}_v \mathbf{R}_v \\
\hat{\tilde{\lambda}}_v &= \mathbf{R}_v \tilde{\mathbf{R}}_v^{-1} \tilde{\lambda}_v + \mathbf{R}_v \mathbf{H}_v^T \mathbf{V}_v^{-1} (\bar{\xi}_v - \mathbf{H}_v \tilde{\lambda}_v).
\end{aligned} \tag{19}$$

Из уравнения (18) можно выразить  $\tilde{\mathbf{R}}_v^{-1} = \mathbf{R}_v^{-1} - \mathbf{H}_v^T \mathbf{V}_v^{-1} \mathbf{H}_v$ , поэтому

$$\hat{\tilde{\lambda}}_v = \tilde{\lambda}_v + \mathbf{K}_v (\bar{\xi}_v - \mathbf{H}_v \tilde{\lambda}_v), \tag{20}$$

$$\mathbf{K}_v = \mathbf{R}_v \mathbf{H}_v^T \mathbf{V}_v^{-1}, \tag{21}$$

$$\tilde{\lambda}_v = \Phi_{v-1} \hat{\tilde{\lambda}}_{v-1}, \tag{22}$$

$$\mathbf{R}_v^{-1} = \tilde{\mathbf{R}}_v^{-1} + \mathbf{H}_v^T \mathbf{V}_v^{-1} \mathbf{H}_v, \tag{23}$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_v = \Phi_{v-1} \mathbf{R}_{v-1} \Phi_{v-1}^T + \Psi_v. \tag{24}$$

Уравнения (20) и (21) определяют алгоритм формирования вектора оптимальных оценок. Уравнение (22) определяет алгоритм экстраполяции (прогнозирования) вектора оптимальных оценок. Уравнения (23) и (24) определяют эволюцию матрицы апостериорных дисперсий оцениваемых фазовых координат. Система уравнений (20)-(24) определяет структуру многомерного дискретного фильтра Калмана.

На основе оценки  $\hat{\tilde{\lambda}}_{v-1}$  формируется оценка прогноза вектора состояния  $\tilde{\lambda}_v$  на момент времени  $t_v$  путем умножения  $\hat{\tilde{\lambda}}_{v-1}$  на переходную матрицу состояния  $\Phi_{v-1}$ . Оценка прогноза  $\tilde{\lambda}_v$  затем умножается на матрицу наблюдений  $\mathbf{H}_v$ , что позволяет сформировать предсказанное измерение. Вычитая предсказанные измерения  $\mathbf{H}_v \tilde{\lambda}_v$  из наблюдений  $\bar{\xi}_v$ , получаем невязку измерений, которая умножается на матричный коэффициент усиления фильтра  $\mathbf{K}_v$ . После этого полученный результат складывается с оценкой прогноза  $\tilde{\lambda}_v$ , в итоге формируется искомая оценка вектора состояния системы  $\hat{\tilde{\lambda}}_v$ . Для последующей обработки оценка  $\hat{\tilde{\lambda}}_v$  хранится в блоке задержки в течение времени такта измерений  $\Delta = t_v - t_{v-1}$  до получения очередного измерения  $\bar{\xi}_v$ , после этого цикл повторяется. Процесс получения оценок начинается с задания начальных условий  $\hat{\tilde{\lambda}}_0 = \hat{\tilde{\lambda}}(t_0)$  и  $\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}(t_0|t_0)$ .

Системный анализ выражений (20)-(24) и принципов функционирования позволяет сделать следующие выводы [Лежанкин и др., 2019]:

1. Система оптимальной дискретной обработки навигационной информации представляет собой линейный нестационарный фильтр Калмана, в

которой число обратных связей определяется числом наблюдаемых фазовых координат.

2. В процессе фильтрации выполняются две основные операции: прогнозирование  $\tilde{\lambda}_v = \Phi_{v-1} \hat{\lambda}_{v-1}$  составляющих оцениваемого вектора состояния, осуществляемое по детерминированной части выражения (2), и коррекции  $K_v(\bar{\xi}_v - H_v \tilde{\lambda}_v)$  результатов прогноза. Коррекционная поправка зависит от невязки  $(\bar{\xi}_v - H_v \tilde{\lambda}_v)$ . Невязка характеризует степень несоответствия между результатами прогноза наблюдения  $H_v \tilde{\lambda}_v$  и конкретным измерением  $\bar{\xi}_v$ . «Вес» поправки определяется переменным матричным коэффициентом усиления  $K_v$ .

Матричный коэффициент усиления  $K_v$  определяется точностью сведений о состоянии оцениваемого процесса (2) и наблюдений (3). Основную роль в формировании значений матрицы  $K_v$  играет матрица апостериорных дисперсий  $R_v$ . Данная матрица вычисляется в процессе функционирования алгоритма путем решения уравнения (23). По мере увеличения времени фильтрации точность формирования оценок фазовых координат  $\hat{\lambda}_v$  растет. Это вызвано тем, что при правильно заданных начальных условиях фильтрации (определенных в постановке задачи) дисперсии  $R_{ii}$ , расположенные в главной диагонали матрицы  $R_v$ , уменьшаются от своих первоначальных априорных значений  $R_{ii}(0)$  до существенно меньших значений в установившемся режиме. Такой характер динамики  $R_{ii}$  приводит к тому, что в ходе фильтрации при приближении оценок фазовых координат  $\hat{\lambda}_v$  к их истинным значениям  $\bar{\lambda}_v$  уменьшается влияние корректирующей поправки  $K_v(\bar{\xi}_v - H_v \tilde{\lambda}_v)$  на результаты экстраполяции оцениваемого процесса [Степанов, 2010; Степанов, 2012; Тихонов и др., 1991; Ярлыков и др., 1993].

Реализация совместной обработки информации РЛС, МПСН и АЗН-В с последующей индикацией на дисплее автоматизированного рабочего места диспетчера, как показано на рисунке 2, позволит повысить ситуационную осведомленность взаимодействующих объектов системы УВД [Ерохин, 2019].

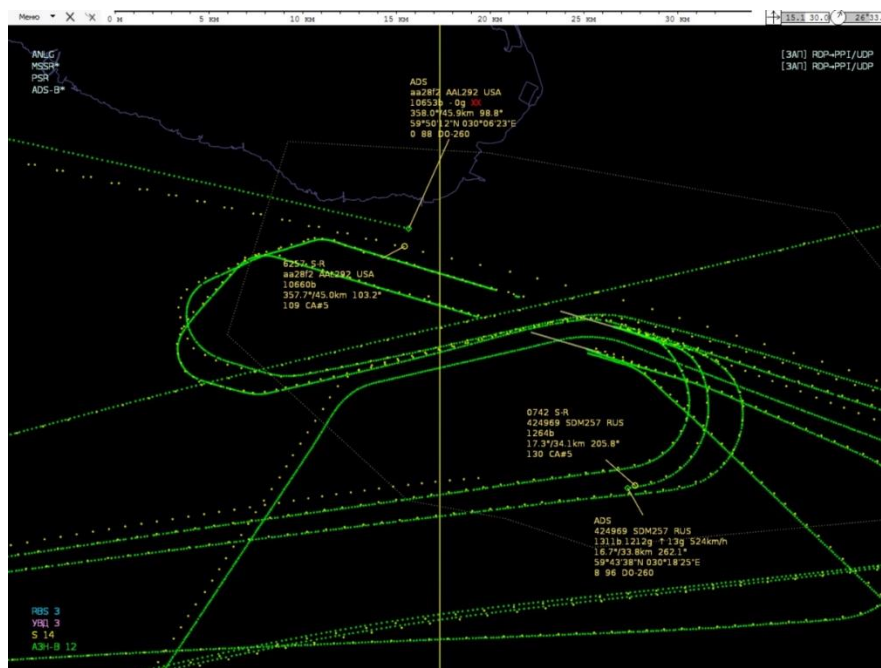


Рисунок 2 – Треки и отображение точности определения координат в режиме АЗН-В

### Построение рабочей зоны МПСН

В соответствии с принципами построения и функционирования МПСН является разностно-дальномерной системой (РДС). Местоположение ВС определяется пересечением линий положений (ЛП), каждая из которых представляет собой гиперболу для двух пар наземных станций АВ и АС. Местоположение ВС в РДС определяется как точка  $M$  пересечения ЛП – линий равных разностей расстояний (рис. 3) [Гришин и др., 1990; Ярлыков, 1985].

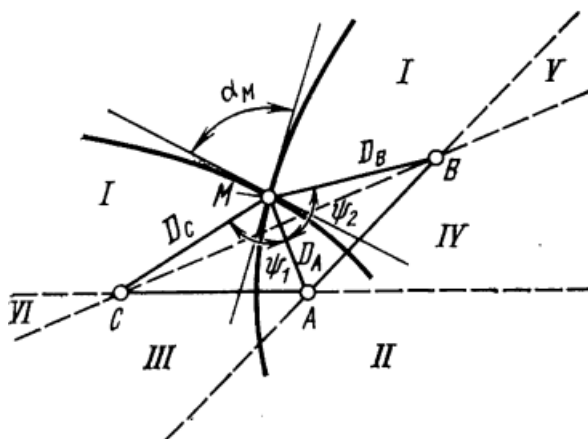


Рисунок 3 – Определение местоположения ВС на основе разностно-дальномерного метода

Радиальная среднеквадратическая ошибка равна:

$$\sigma_r = \frac{\sqrt{\sigma_{\text{ЛП-1}}^2 + \sigma_{\text{ЛП-2}}^2 + 2\rho_{12}\sigma_{\text{ЛП-1}}\sigma_{\text{ЛП-2}}\cos\alpha_M}}{\sin\alpha_M}, \quad (25)$$

где  $\rho_{12} = \sum_{i=1}^n (\Delta \text{ЛП}_{1i} \Delta \text{ЛП}_{2i}) / n\sigma_{\text{ЛП-1}}\sigma_{\text{ЛП-2}}$  – коэффициент корреляции между ошибками определения ЛП;  $\sigma_{\text{ЛП-1}}, \sigma_{\text{ЛП-2}}$  – СКО ЛП-1 и ЛП-2.

В случае, если ошибки измерения ЛП независимы  $\rho_{12} = 0$ , тогда

$$\sigma_r = \frac{\sqrt{\sigma_{\text{ЛП-1}}^2 + \sigma_{\text{ЛП-2}}^2}}{\sin\alpha_M}.$$

Точность определения местоположения будет зависеть от ошибки определения линии положения. Для среднеквадратических значений погрешностей определения ЛП, образованных каждой парой наземных станций МПСН, можно записать выражения в виде [Гришин и др., 1990; Ярлыков, 1985]:

$$\sigma_{l1} = \frac{c\sigma_{\tau1}}{2\sin(\psi_1/2)}, \sigma_{l2} = \frac{c\sigma_{\tau2}}{2\sin(\psi_2/2)},$$

где  $\sigma_{\tau1}$  и  $\sigma_{\tau2}$  – СКП измерения навигационных параметров  $\tau1$  и  $\tau2$ ;  $\psi_1$  и  $\psi_2$  – углы наблюдения первой и второй базы РДС.

Если погрешности определения ЛП независимы, среднеквадратическое значение радиальной ошибки вычисления местоположения определяется по формуле [Гришин и др., 1990; Ярлыков, 1985]:

$$\sigma_r = \frac{c\sqrt{\sigma_{\tau1}^2 \sin^2(\psi_1/2) + \sigma_{\tau2}^2 \sin^2(\psi_2/2)}}{2\sin\alpha_M \sin(\psi_1/2) \sin(\psi_2/2)}. \quad (26)$$

На практике погрешности измерения временных интервалов  $\tau1$  и  $\tau2$  одинаковы, т.е.  $\sigma_{\tau1} = \sigma_{\tau2} = \sigma_\tau$ , в этом случае выражение (26) принимает вид:

$$\sigma_r = \frac{c\sigma_\tau \sqrt{\sin^2(\psi_1/2) + \sin^2(\psi_2/2)}}{2\sin\alpha_M \sin(\psi_1/2) \sin(\psi_2/2)}. \quad (27)$$

В том случае, когда РДС состоит из трех станций (рис. 4), соотношение (27) для оценки точности определения местоположения объекта несколько упрощается, т.к. угол  $\alpha_M$  может быть выражен через углы  $\psi_1$  и  $\psi_2$ . С учетом того, что гиперболы делят углы  $\psi_1$  и  $\psi_2$  пополам, из рассмотрения рис. 4 получаем:

в I и II зонах  $\alpha_M = \frac{(\psi_1 + \psi_2)}{2}$ ;

в III и VI зонах  $\alpha_M = \frac{(\psi_1 - \psi_2)}{2}$ ;

в IV и V зонах  $\alpha_M = \frac{(\psi_2 - \psi_1)}{2}$ .

Поэтому, для I и II зон, которые в РДС называются основными, формула (27) переписывается в виде:

$$\sigma_r = \frac{c\sigma_\tau \sqrt{\sin^2(\psi_1 / 2) + \sin^2(\psi_2 / 2)}}{2 \sin \frac{\psi_1 + \psi_2}{2} \sin(\psi_1 / 2) \sin(\psi_2 / 2)}. \quad (28)$$

При определении границ рабочей зоны РДС необходимо построить кривую равной точности согласно (26), (27) или (28), в любой точке которой  $\sigma_r = \sigma_{rmp}$ . Для этого в случаях (27) или (28) выражения приводят к виду

$$\sigma_r = K_r c \sigma_\tau,$$

где  $K_r$  – табличный коэффициент, значения которого используют для построения линии равной точности, в частности линии, которая ограничивает РЗ. Например, в случае (28)

$$K_r = \frac{\sqrt{\sin^2(\psi_1 / 2) + \sin^2(\psi_2 / 2)}}{2 \sin \frac{\psi_1 + \psi_2}{2} \sin(\psi_1 / 2) \sin(\psi_2 / 2)}. \quad (29)$$

Кривая равной точности РДС строится на основании следующего соотношения:

$$K_r = \sigma_r / (c \sigma_\tau). \quad (30)$$

Для различных значений  $K_r$  кривые равной точности РДС представлены на рис. 4 [Гришин и др., 1990; Ярлыков, 1985].

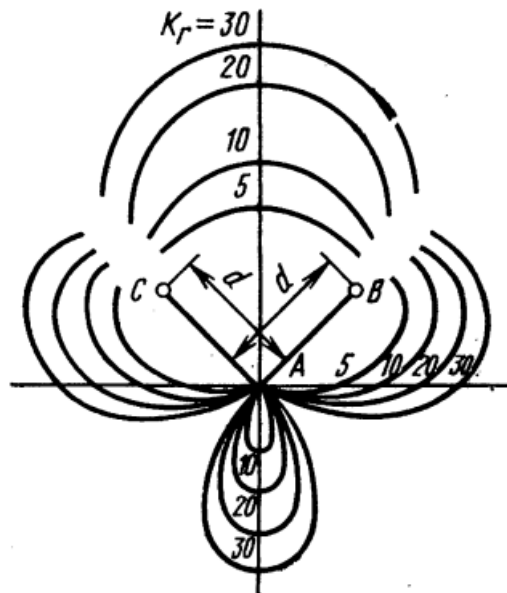


Рисунок 4 – Кривые равной точности РДС

Как видно из рисунка 4 и анализа (27)-(29), наибольшая точность определения координат ВС обеспечивается на базах РДС. При фиксированных  $\sigma_{r1}$  и  $\sigma_{r2}$  точность определения местоположения ВС ухудшается по мере удаления его от станции из-за роста погрешностей вычисления ЛП и уменьшения угла  $\alpha_M$ . Из-за низкой точности РДС не могут применяться для определения местоположения объекта в направлениях, являющихся продолжением баз станций, для которых углы баз равны:  $\psi_1 = 0^\circ$  или  $360^\circ$ , либо  $\psi_2 = 0^\circ$  или  $360^\circ$ , и в областях, где линии положения идут параллельно, т.е. при  $\alpha_M = 0^\circ$  или  $180^\circ$ .

Для получения рабочей зоны РДС из площади, ограниченной кривой равной точности, исключаются области воздушного пространства, в которых не обеспечивается прием сигналов одной или нескольких станций системы, т.е. исключаются такие районы, которые выходят за пределы дальности действия наземных станций [Гришин и др., 1990; Ярлыков, 1985].

В общем случае рабочая зона разностно-дальномерной системы имеет сложную конфигурацию, определяемую геометрическим фактором системы (размещением станций). Для автоматизации процесса расчета и построения рабочих зон МПСН было разработано специализированное программное обеспечение.

### **Программное обеспечение исследований**

Программа предназначена для процессов расчета и построения рабочих зон МПСН при различных конфигурациях наземных станций на основе реальных данных местоположения для исследования точностных характеристик.

Программа позволяет:

- формировать конфигурацию рабочего созвездия многопозиционной системы наблюдения (МПСН) путем выбора наземных станций с известным фактическим расположением непосредственно на загруженной карте

Регионального центра;

- рассчитывать значение геометрического фактора в зависимости от конфигурации наземных станций и выполнять выборку допустимых значений;
- производить расчет и графическое построение рабочих зон МПСН применительно к выбранным непосредственно на карте конфигурациям наземных станций и с возможностью их одновременного отображения на карте;
- исследовать точностные характеристики МПСН для различных конфигураций наземных станций с целью определения наилучшей для заданных маршрутов полета.

Рабочий интерфейс программы представлен на рис. 5.

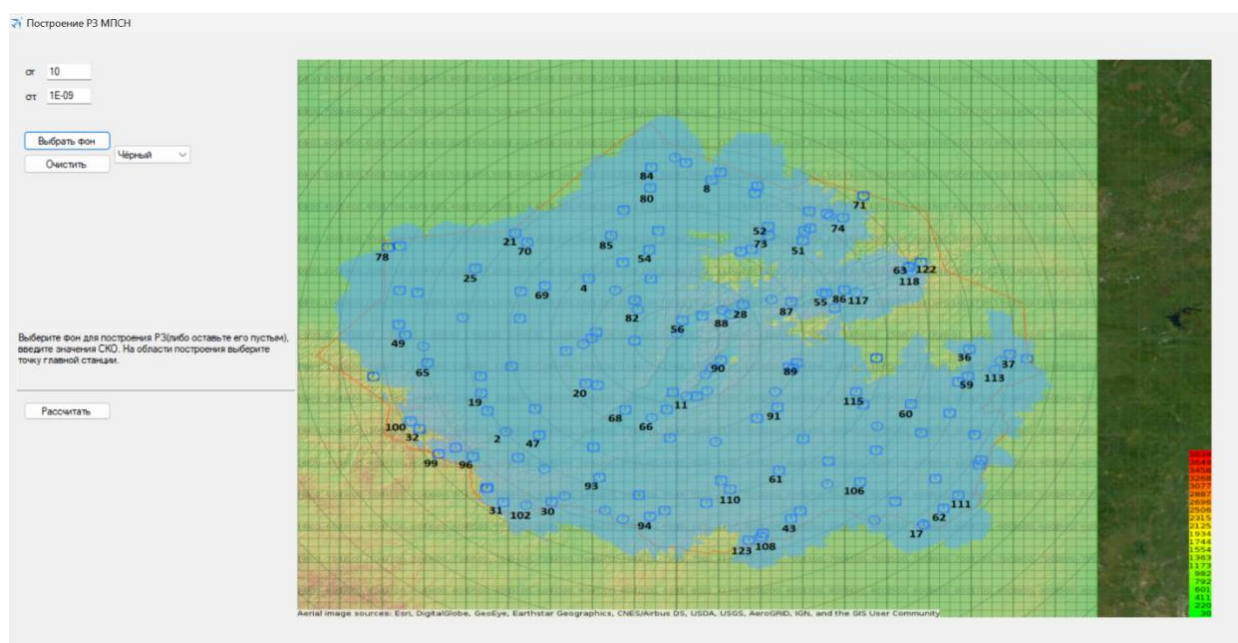


Рисунок 5 – Интерфейс программы с картой Иркутского регионального центра ОрВД

Общий алгоритм работы программы можно представить в виде блок-схемы, изображенной на рис. 6.

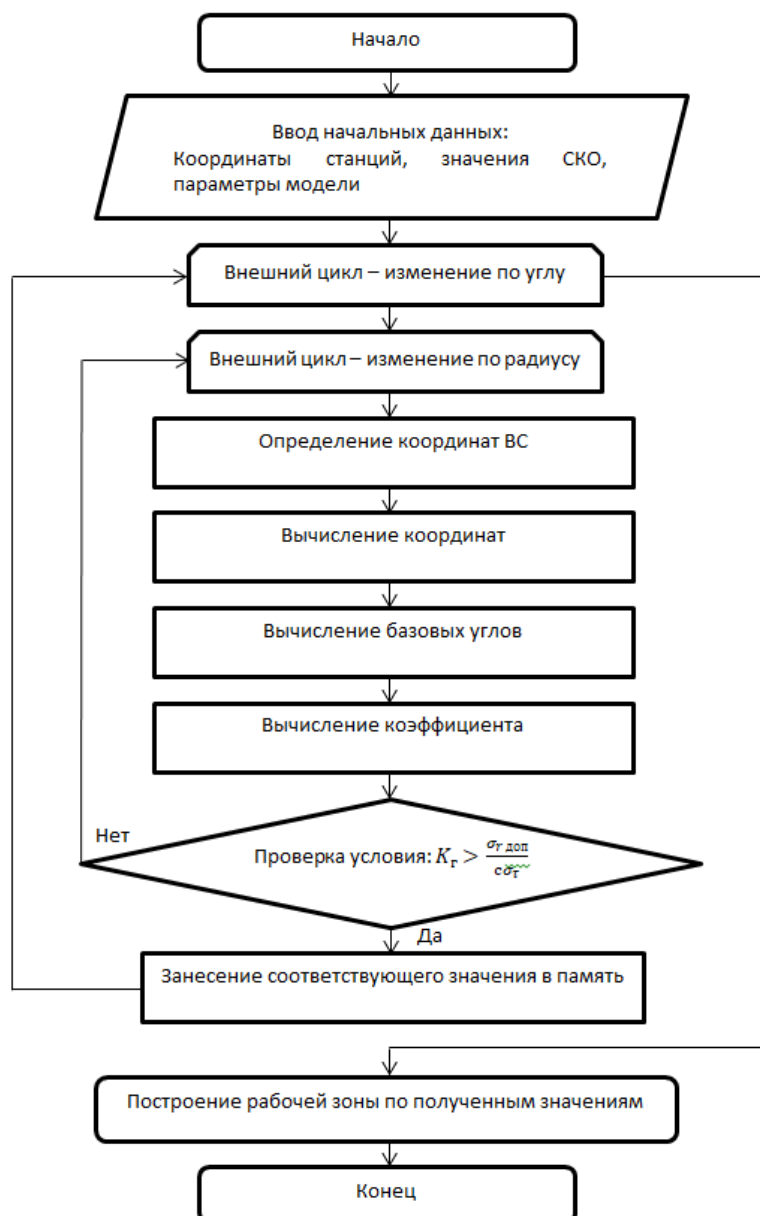
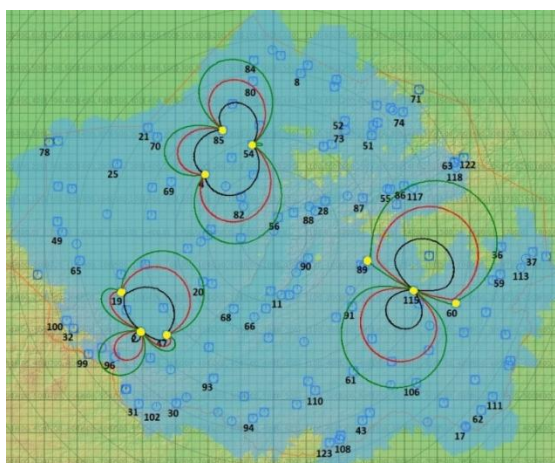


Рисунок 6 – Блок-схема алгоритма работы программы

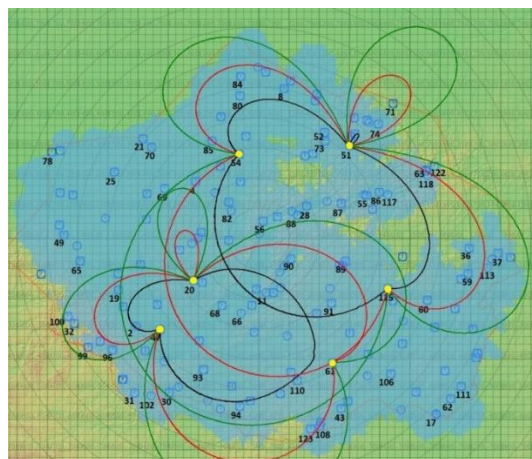
Моделируется полёт ВС по окружности – по внешнему циклу на данном значении угла изменяется значение радиуса (внутренний цикл), по этим данным вычисляются векторы из местоположения ВС к точкам станций, которые заданы в начальных данных. Далее рассчитываются базовые углы исходя из формулы вычисления угла между векторами. Вычисленные углы подставляются в формулу (29) и проверяется условие  $K_r > \frac{\sigma_{\tau \text{ доп}}}{\sigma_{\tau} \sigma_{\tau}}$ . Значение, которое первое удовлетворяет условию, записывается в память и продолжается тот же алгоритм на следующем значении угла. Так находятся все точки по окружности, которые и будут составлять границу рабочей зоны.

### Результаты моделирования (исследований)

Для выбранного размещения НЗ были построены рабочие зоны, при начальных условиях требуемой точности: среднеквадратическое отклонение (СКО) измерения временного интервала  $10^{-9}$  с; СКО радиальной ошибки: 5, 10, 20 метров (чёрный, красный, зелёный линии соответственно) (рис. 7, а, б). Построенная зона для двух пар НЗ позволяет обеспечить качественный прием сигнала от ВС при использовании двух пар станций с заданным качеством ошибок позиционирования.



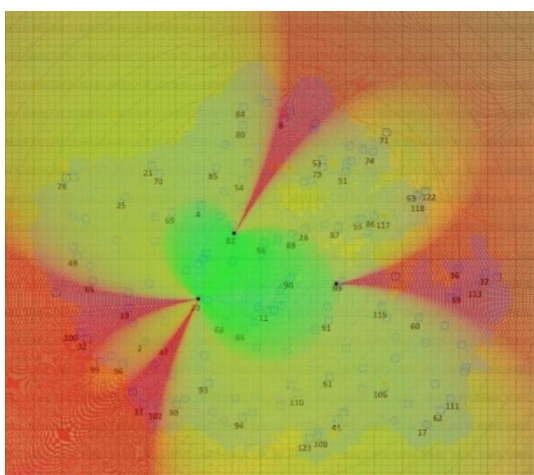
а)



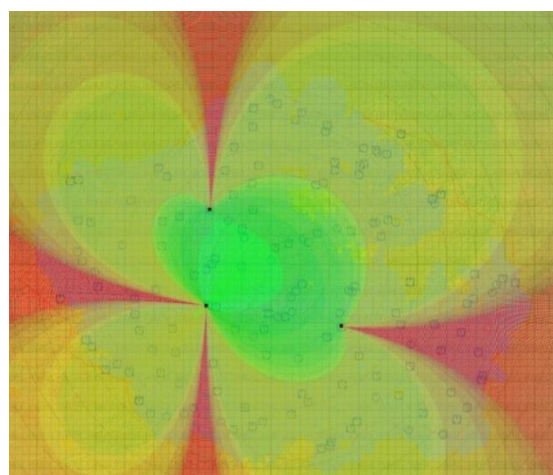
б)

Рисунок 7 – Построение рабочей зоны МПСН Иркутского РЦ ОрВД для конфигураций наземных станций с номерами: а) 2-19-47, 4-54-85, 60-89-119  
б) 20-47-61, 51-54-115.

В разработанной программе были рассчитаны и построены рабочие области для выбранных конфигураций, которые представлены на рис. 8, а), б).



а)



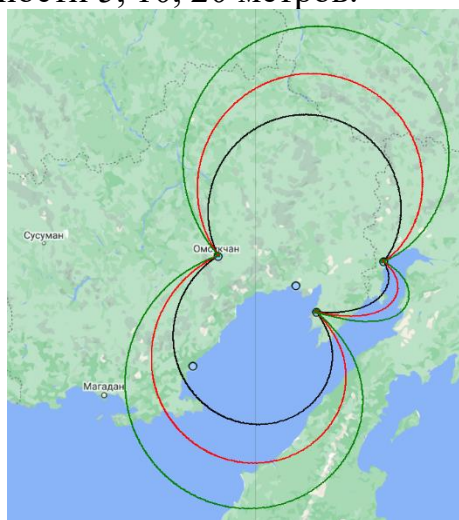
б)

Рисунок 8 – Рабочая область конфигурации: а) 20-82-89; б) 20-4-91

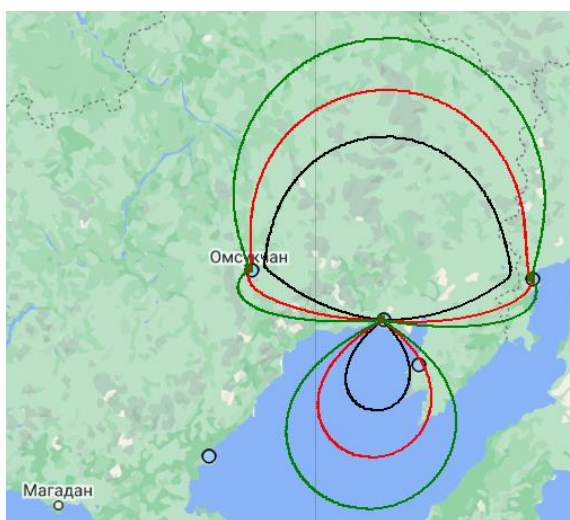
Построенная рабочая зона МПСН полностью покрывает область пространства, где наблюдение не выполняется. Недействующие НЗ могут

выступать в качестве резервных станций, однако при использовании их рабочие зоны изменяют свою конфигурацию.

Для перекрытия проблемного участка в Магаданском региональном центре ОрВД потребуется пять НЗ. Данные станции будут устанавливаться на позициях: «Тополовка» (N61 21 57, E160 07 09), «Омсукчан» (N62 30 52, E155 46 16), «Парень» (N62 39 12, E162 22 49), «Тахтоямск» (N60 11 51, E154 40 48) и «Эвенск» (N61 55, E159 14) (сервер-вычислитель), так как она находится на допустимых расстояниях до остальных четырех приемников. Такое размещение станций позволяет перекрыть всю зону ответственности Магаданского центра с высокой точностью обнаружения. На рис. 9 а, б изображены места установки приемников и формируемая зона видимости. Цветами обозначены зоны разной точности 5, 10, 20 метров.



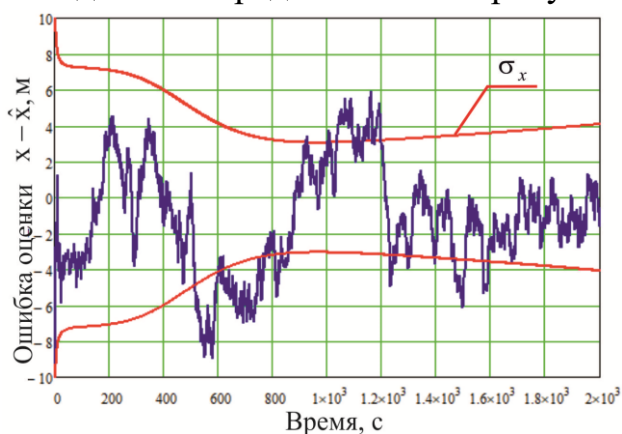
а)



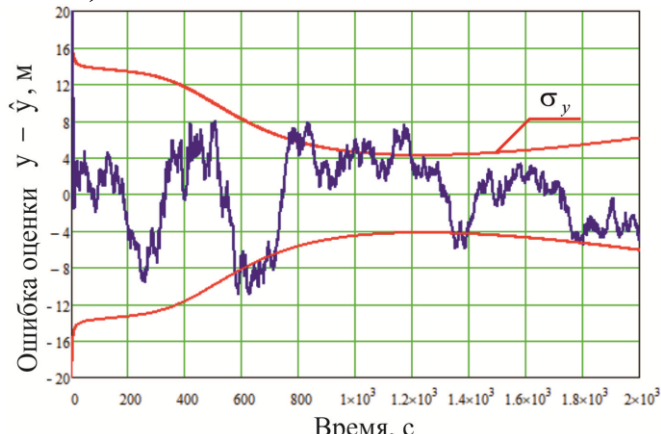
б)

Рисунок 9 – Место установки приемников МПСН в Магаданском центре: а) Омсукчан, Парень, Тополовка, б) Эвенск, Омсукчан, Парень

Методами компьютерного моделирования проведено исследование характеристик МПСН согласно сценарию полета ВС относительно наземных приемных станций с известным местоположением. Результаты моделирования и исследования представлены на рисунках 10 а, б.



а)



б)

Рисунок 10 – Ошибка оценки параметров местоположения ВС: а) координаты  $x$ ; б) координаты  $y$

Анализ результатов моделирования предложенного алгоритма на основе дискретного фильтра Калмана показывает высокую точность оценки плановых координат ВС.

### **Заключение**

В современных условиях роста интенсивности воздушного движения повышение точности определения координат ВС является актуальной задачей. Перспективным направлением является метод определения координат ВС с дополнительным использованием технологии мультилатерации. В статье проведена оценка возможности применения технологии мультилатерации для координат воздушных объектов совместно с радиолокационными станциями в условиях воздействия шумов. Рассмотрен подход повышения эффективности функционирования МПСН при обработке информации в условиях шумов и помех. Основные результаты работы заключаются в следующем:

- предложен алгоритм формирования вектора оптимальных оценок на основе многомерного дискретного фильтра Калмана;
- разработано алгоритмическое и программное обеспечение для расчета и построения рабочих зон многопозиционной системы наблюдения при различных конфигурациях наземных станций на основе реальных данных местоположения для исследования точностных характеристик;
- проведен анализ параметров рабочей зоны в зависимости от конфигурации системы и исследованы точностные характеристики системы.

Анализ полученных результатов показал, что наибольшая точность определения местоположения объекта достигается на базах системы. Точность определения местоположения ВС ухудшается при удалении от станции из-за роста погрешностей вычисления линий положения и уменьшения угла  $\alpha_M$ . Из-за низкой точности РДС не могут применяться для определения местоположения объекта в направлениях, являющихся продолжением баз станций.

Дальнейшие исследования должны быть направлены на изучение точности определения координат воздушного объекта при использовании технологии мультилатерации в условиях воздействия помех.

### **Библиографический список**

- Алгоритмы управления траекториями беспилотных авиационных комплексов при полете в составе группы / А. К. Ермаков, Т. Ю. Портнова, Б. В. Лежанкин, В. В. Ерохин // Волновая электроника и инфокоммуникационные системы: Материалы XXIV Международной научной конференции. В 3-х частях, Санкт-Петербург, 31 мая – 04 2021 года. Том Часть 2. Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2021. С. 62-69. EDN YIEIWM.
- Глобальный аэронавигационный план на 2013-2028 гг. Международная организация гражданской авиации. Doc 9750-AN/963. 4-е изд., 2013. 147 с.
- Гришин Ю. П. Радиотехнические системы / Ю. П. Гришин, В. П. Ипатов, Ю. М. Казаринов; под ред. Ю. М. Казаринова. М.: Высш. Шк., 1990. 496 с.
- Ерохин В. В. Оптимизация навигационного обеспечения воздушных судов при свободной маршрутизации полетов: специальность 05.22.13 «Навигация и управление воздушным движением»: диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Ерохин Вячеслав Владимирович, 2019. 287 с. EDN BZSGAB.

*Ерохин В. В.* Оценка параметров траекторного движения БПЛА при различной конфигурации источников навигационной информации / В. В. Ерохин, Б. В. Лежанкин, Э. А. Болелов // Успехи современной радиоэлектроники. 2023. Т. 77, № 6. С. 35-49. DOI 10.18127/j20700784-202306-04. EDN MVHGGW.

Исследование точностных характеристик широкозонной многопозиционной системы наблюдения Иркутского регионального центра организации воздушного движения / Э. А. Болелов, Б. В. Лежанкин, М. А. Межетов, В. В. Ерохин // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета гражданской авиации. 2023. № 3(40). С. 89-101. EDN LKMFMX.

Концепция внедрения автоматического зависимого наблюдения на основе единого стандарта с развитием до функционала многопозиционных систем наблюдения в Российской Федерации: утв. распоряжением Минтранса России от 25 апреля 2018 года № 68.

*Лежанкин Б. В.* Системный анализ задачи определения местоположения воздушного судна в многопозиционной системе наблюдения / Б. В. Лежанкин, В. В. Ерохин, В. С. Марюхненко // Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами. 2019. № 1(2). С. 46-61. EDN ZDOOGT.

Определение местоположения воздушного судна в многопозиционной системе наблюдения на основе мультилатерационной технологии / В. В. Ерохин, Б. В. Лежанкин, Т. Ю. Портнова, Н. В. Поваренкин // Актуальные проблемы и перспективы развития гражданской авиации : сборник трудов X Международной научно-практической конференции, Иркутск, 14–15 октября 2021 года. Том 2. Иркутск: Иркутский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет гражданской авиации», 2021. С. 92-105. EDN QPUUJP.

Системы наблюдения на воздушном транспорте. Конкретные средства наблюдения. Многопозиционные системы наблюдения / Э. А. Болелов, Н. В. Гевак, В. В. Ерохин [и др.]. М.: ИД Академии Жуковского, 2023. 80 с. EDN UPSCGQ.

*Скрыпник О. Н.* Возможности использования воздушных судов как источников навигационной информации в локальном навигационно-временном поле / О. Н. Скрыпник, В. В. Ерохин // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2008. № 136. С. 78-85.

*Скрыпник О. Н.* Оптимизация траектории мобильного псевдоспутника для повышения точности интегрированного навигационно-временного поля ГЛОНАСС / О. Н. Скрыпник, Р. О. Арефьев // Современные наукоемкие технологии. 2020. № 2. С. 51-58. DOI: 10.17513/snt.37914. EDN KZCVNA.

*Степанов О. А.* Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1: Введение в теорию оценивания. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2010. 496 с.

*Степанов О. А.* Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 2: Введение в теорию фильтрации. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2012. 517 с.

*Тихонов В. И.* Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / В. И. Тихонов, В. Н. Харисов. М.: Радио и связь, 1991. 608 с.

*Ярлыков М. С.* Марковская теория оценивания случайных процессов / М. С. Ярлыков, М. А. Миронов. М.: Радио и связь, 1993. 464 с.

*Ярлыков М. С.* Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985. 344 с.

Development a method for determining the coordinates of air objects by radars with the additional use of multilateration technology / Н. Khudov, P. Mynko, S. Ikhsanov [et al.] // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2021. № 5 (9(113)). pp. 6–16. DOI 10.15587/1729-4061.2021.242935.

*Emeljancev G.* Integrated inertial and satellite systems of orientation and navigation / G. Emeljancev, A. Stepanov; ed. by RAS academician V Peshehonov. St. Petersburg: SSC of the RF Concern Elektropribor, 2016. 394 p.

*Leonardi M.* Two efficient localization algorithms for multilateration / M. Leonardi, A. Mathias, G. Galati // *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*. 2009. № 1(3). pp. 223–229. DOI 10.1017/s1759078709000245.

Method for determining coordinates of airborne objects by radars with additional use of ADS-B receivers. H. Khudov, O. Diakonov, N. Kuchuk [et. al.] // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. № (9 (112)). pp. 54–64. DOI. 10.15587/1729-4061.2021.238407.

*Monakov A. A.* Algorithm for estimating the location of an object in active multilateration systems // XXIV Mezhdunar. nauch.- tehn. konf. "Radiolokaciya, navigaciya, svyaz". 2018. Vol. 3. pp. 134–142.

*Monakov A. A.* Localization algorithm for multilateration systems // *Journal of the Russian Universities. Radioelectronics*. 2018. № 4. pp. 38–46. DOI 10.32603/1993-8985-2018-21-4-38-46.

*Monakov A. A.* Modified Bancroft Algorithm for Multilateration Systems // *Journal of the Russian Universities. Radioelectronics*. 2018. № 1. pp. 50–55. DOI 10.32603/1993-8985-2018-21-1-50-55.

On the application of singular value decomposition and Tikhonov regularization to ill-posed problems in hyperbolic passive location / I. A. Mantilla-Gaviria, M. Leonardi, J. V. Balbastre-Tejedor, E. de los Reyes // *Mathematical and Computer Modelling*. 2013. № 57 (7-8). pp. 1999–2008. DOI 10.1016/j.mcm.2012.03.004.

*Schau H.* Passive source localization employing intersecting spherical surfaces from time-of-arrival differences / H. Schau, A. Robinson // *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1987. № 35 (8). pp. 1223–1225. DOI 10.1109/tassp.1987.1165266.

*Skrypnik O.* Features of working areas of multilateration systems / O. Skrypnik, A. Shegidevich // *The Aviation Herald*. 2019. № 1(1). pp. 10–16. DOI bgaa.by/sites/default/files/inline-files/aviacionnyy-vestnik-zhurnal-no1-19\_12.pdf.

The Definition of the Parameters of Superconducting Film for Production of Protection Equipment Against Electromagnetic Environmental Effects / N. Yeromina, I. Kravchenko, I. Kobzev [et. al.] // *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*. 2021. № 11 (7). pp. 38–47. DOI 10.46338/ijetae0721\_06.

Use of the ADS-B information in order to improve quality of the air space radar reconnaissance / S. P. Leshchenko, O. M. Kolesnyk, S. A. Hrytsaienko, S. I. Burkovskiy // *Science and Technology of the Air Force of Ukraine*. 2017. № 3 (28). pp. 69–75. DOI 10.30748/nitps.2017.28.09.

## References

*Bolelov E. A., Gevak N. V., Erokhin V. V., [et al.].* (2023). Air transport surveillance systems. Specific means of observation. Multi-position surveillance systems. Moscow: ID Akademii Zhukovskogo. 2023. 80 p. EDN UPSCGQ. (in Russian)

*Bolelov E. A., Lezhankin B. V., Erokhin V. V., Mezhetov M. A.* (2023). Study of the accuracy characteristics of the wide-area multi-position surveillance system of the Irkutsk regional center for air traffic management. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo universiteta grazhdanskoj aviatsii*. 3(40): 89-101. EDN LKMFMX. (in Russian)

*Emeljancev G., Stepanov A.* (2016). Integrated inertial and satellite systems of orientation and navigation. St. Petersburg: SSC of the RF Concern Elektropribor, 2016. 394 p.

*Ermakov, A. K., Portnova, T. Yu., Lezhankin, B. V., Erokhin, V. V.* (2021). Algorithms for controlling the trajectories of unmanned aircraft systems when flying as part of a group. *Volnovaya elektronika i infokommunikacionnye sistemy: Materialy XXIV Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii. V 3-h chastyah, Sankt-Peterburg, 31 maya – 04 2021 goda. Tom Chast' 2. Sankt-Peterburg: Sankt-Peterburgskij gosudarstvennyj universitet aerokosmicheskogo priborostroeniya*. 2021. 62-69. EDN YIEIWM. (in Russian)

*Erokhin V. V.* (2019). Optimization of navigation support for aircraft with free flight routing: Special'nost' 05.22.13 «Navigaciya i upravlenie vozdushnym dvizheniem»: dissertaciya na soiskanie

uchenoj stepeni doktora tekhnicheskikh nauk. 2019. 287 p. EDN BZSGAB. (in Russian)

Erokhin V. V., Lezhankin B. V., Bolelov E. A. (2023). Estimation of UAV trajectory parameters with different configurations of navigation information sources. *Uspekhi sovremennoj radioelektroniki*. 77(6): 35-49. DOI 10.18127/j20700784-202306-04. EDN MVHGGW. (in Russian)

Erokhin V. V., Lezhankin B. V., Portnova T. Yu., Povarenkin N. V. (2021). Determining the location of an aircraft in a multi-position surveillance system based on multilateration technology. *Aktual'nye problemy i perspektivy razvitiya grazhdanskoj aviacii: sbornik trudov X Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii, Irkutsk, 14–15 oktyabrya 2021 goda. Tom 2. Irkutsk: Irkutskij filial federal'nogo gosudarstvennogo byudzhethnogo obrazovatel'nogo uchrezhdeniya vysshego obrazovaniya «Moskovskij gosudarstvennyj tekhnicheskij universitet grazhdanskoj aviacii»*. 92-105. EDN QPUUJP. (in Russian)

Global'nyj aeronavigacionnyj plan na 2013-2028 gg. (2013). *International Civil Aviation Organization. Doc 9750-AN/963*. 147 p. (in Russian)

Grishin Yu. P., Ipatov V. P., Kazarinov Yu. M. (1990). *Radio engineering systems*. Moscow: Vyssh. Shk. 1990. 496 p. (in Russian)

Khudov H., Diakonov O., Kuchuk N., Maliuha V., Furmanov K., Mylashenko I. et. al. (2021). Method for determining coordinates of airborne objects by radars with additional use of ADS-B receivers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 4 (9(112)): 54–64. DOI 10.15587/1729-4061.2021.238407.

Khudov H., Mynko P., Ikhsanov S., Diakonov O., Kovalenko O., Solomonenko Y., Drob Y., Kharun O., Cherkashyn S., Serdiuk O. (2021). Development a method for determining the coordinates of air objects by radars with the additional use of multilateration technology. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 5 (9(113)): 6–16. DOI 10.15587/1729-4061.2021.242935.

Koncepciya vnedreniya avtomaticheskogo zavisimogo nablyudeniya na osnove edinogo standarta s razvitiem do funkcionala mnogopozicionnyh sistem nablyudeniya v Rossijskoj Federacii: utv. rasporyazheniem Mintransa Rossii ot 25 aprelya 2018 goda № 68. (in Russian)

Leonardi M., Mathias A., Galati G. (2009). Two efficient localization algorithms for multilateration. *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*. 1(3): 223–229. DOI 10.1017/s1759078709000245.

Leshchenko S. P., Kolesnyk O. M., Hrytsaienko S. A., Burkovskyi S. I. (2017). Use of the ADS-B information in order to improve quality of the air space radar reconnaissance. *Science and Technology of the Air Force of Ukraine*, 3 (28): 69–75. DOI 10.30748/nitps.2017.28.09.

Lezhankin B. V., Erokhin V. V., Maryukhnenko V. S. (2019). System analysis of the problem of determining the location of the aircraft in the multiposital observation system. *Informacionnye tekhnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhnymi sistemami*. 1(2): 46-61. EDN ZDOOGT. (in Russian)

Mantilla-Gaviria I. A., Leonardi M., Balbastre-Tejedor J. V., de los Reyes E. (2013). On the application of singular value decomposition and Tikhonov regularization to ill-posed problems in hyperbolic passive location. *Mathematical and Computer Modelling*. 57 (7-8): 1999–2008. DOI 10.1016/j.mcm.2012.03.004

Monakov A. A. (2018). Algorithm for estimating the location of an object in active multilateration systems. *XXIV Mezhdunar. nauch.- tehn. konf. "Radiolokaciya, navigaciya, svyaz"*. 3: 134–142.

Monakov A. A. (2018). Localization algorithm for multilateration systems. *Journal of the Russian Universities. Radioelectronics*. 4: 38–46. DOI 10.32603/1993-8985-2018-21-4-38-46.

Monakov A. A. (2018). Modified Bancroft Algorithm for Multilateration Systems. *Journal of the Russian Universities. Radioelectronics*. 1: 50–55. DOI 10.32603/1993-8985-2018-21-1-50-55.

Schau H., Robinson A. (1987). Passive source localization employing intersecting spherical surfaces from time-of-arrival differences. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 35 (8): 1223–1225. DOI 10.1109/ tassp.1987.1165266.

- Skripnik O. N., Arefyev R. O. (2020). Optimization of the mobile pseudo-satellite trajectory to improve the accuracy of the integrated GLONASS navigation-time field. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii*. 2: 51-58. DOI 10.17513/snt.37914. EDN KZCVNA. (in Russian)
- Skripnik O. N., Erokhin V. V. (2008). Possibilities of using aircraft as sources of navigation information in the local navigation-time field. *Nauchnyj vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta grazhdanskoj aviacii*. 136: 78-85. (in Russian)
- Skrypnik O., Shegidevich A. (2019). Features of working areas of multilateration systems. *The Aviation Herald*. 1 (1): 10–16. DOI bgaa.by/sites/default/files/inline-files/aviacionnyy-vestnik-zhurnal-no1-19\_12.pdf.
- Stepanov O. A. (2010). Fundamentals of the Theory of Estimation with Applications to the Problems of Processing Navigational Information. Ch. 1: Vvedenie v teoriyu ocenivaniya. Saint Petersburg: GNC RF CNII «Elektropribor», 2010. 496 p. (in Russian)
- Stepanov O. A. (2010). Fundamentals of the Theory of Estimation with Applications to the Problems of Processing Navigational Information. Ch. 2: Vvedenie v teoriyu fil'tracii. Saint Petersburg: GNC RF CNII «Elektropribor», 2010. 517 p. (in Russian)
- Tikhonov V. I., Kharisov V. N. (1991). Statistical analysis and synthesis of radio engineering devices and systems. Moscow: *Radio i svyaz'*, 1991. 608 p. (in Russian)
- Yarlykov M. S. (1985). Statistical Theory of Radio Navigation. Moscow: *Radio i svyaz'*, 1985. 344 p. (in Russian)
- Yarlykov M. S., Mironov M. A. (1993). Markov theory of estimation of random processes. Moscow: *Radio i svyaz'*, 1993. 464 p. (in Russian)
- Yeromina N., Kravchenko I., Kobzev I., Volk M., Borysenko V., Lukyanova V. et. al. (2021). The Definition of the Parameters of Superconducting Film for Production of Protection Equipment Against Electromagnetic Environmental Effects. *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*. 11 (7): 38–47. DOI 10.46338/ijetae0721\_06.