УДК 378

ББК 22.1

М615

С. В. Миндеева

Иркутск, Россия

О. Д. Толстых

Иркутск, Россия

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

В статье подвергнут анализу образовательный потенциал математической олимпиады в техническом вузе. Авторами рассматривается комплексный подход подготовки студентов технического вуза к участию в олимпиаде по математике на примере Иркутского государственного университета путей сообщения. Данная статья поможет педагогам в организации математической олимпиады в вузе, а студентам качественно подготовиться к олимпиаде.

Ключевые слова: технический вуз, математическая олимпиада, нестандартные задачи, олимпиадный сборник, образовательный потенциал.

S. V. Mindeeva

O. D. Tolstyh

Irkutsk, Russia

THE EDUCATIONAL CAPACITY OF THE MATHEMATICAL OLYMPIAD IN TECHNICAL UNIVERSITIES

The article analyzes the educational capacity of the mathematical Olympiad at the Technical University. The authors consider a comprehensive approach to training students of technical universities to participate in the Mathematical competitions through the experience of the Irkutsk State University of Railway Engineering. This

article will help teachers to organize mathematical Olympiad in high school, and students to prepare qualitatively for the Olympiad.

Keywords: technical University, mathematical Olympiad, non-standard problems, Olympiad collection, educational capacity.

Одной из наиболее значимых форм повышения профессиональной подготовки студента являются предметные олимпиады. Для студента технического вуза, безусловно, значимым является олимпиада по математике, так как качественное инженерное образование базируется, прежде всего, на математике. Математика лежит в основе инженерного образования, она является незаменимым орудием в науке, экономике, технике. Одна из целей проведения олимпиад – это повышение интеллектуального развития и математической подготовки студентов технических вузов.

Математическую олимпиаду, как и любые предметные, можно рассматривать и как форму организации самостоятельной работы студента [Миндеева, Толстых, 2015]. Олимпиады имеют различный статус: внутривузовская, региональная, межвузовская, международная. Поддерживаем мнение авторов Гревцевой Г. Я. и Циулиной М. В., которые считают: «Популярность олимпиад свидетельствует о том интересе, который они вызывают у студентов, и показывает, что в наше время олимпиады являются важным средством развития творческого мышления личности» [Гревцева, Циулина, 2015, с. 33].

Участие в предметных олимпиадах и научно-практических конференциях имеет большую ценность из-за отсутствия жестких временных ограничений, что позволяет студенту сочетать направленность обучения с самообразованием и со своими индивидуальными способностями. Реальная ценность олимпиад, как участие в любой форме научно-исследовательской работы студента, способствует улучшению организации учебного процесса, обмену опытом между преподавателями, кафедрами, формированию обратной связи «студент-преподаватель». Считаем, что главная ценность – не выявление победителей, а в общем объеме предметной культуры, в чувстве удовлетворения от оригинального способа решения конкретной задачи.

В качестве примера рассмотрим опыт доцента кафедры «Математика» Иркутского государственного университета путей сообщения (ИрГУПС) Толстых О. Д. С 1993 года под руководством Толстых О. Д. ежегодно проводится областная студенческая олимпиада по математике среди студентов. Накопленный двадцатипятилетний опыт нашел отражение в учебном пособии «Нестандартные и прикладные задачи высшей математики», состоящем их четырех частей [Толстых, 2017]. Пособия будут полезны: руководителям математических кружков; организаторам местных и областных (региональных) олимпиад; студентам, интересующимся математикой, решением прикладных и нестандартных задач. Предлагаемые материалы будут полезны и при изучении соответствующих разделов курса высшей математики более глубже.

Хорошо известны сборники задач студенческих математических олимпиад Садовничего В. А. с соавторами [Садовничий, 1978, 1987]. Они, несомненно, полезны для студентов вузов, где математика является профилирующей дисциплиной. Считаем, что для проведения олимпиад и математических кружков в технических вузах необходимо дополнительное издание прикладных и нестандартных задач прикладной направленности.

Пособия содержат нестандартные и прикладные задачи по всем разделам общего и специальных курсов высшей математики для технических вузов (всего в пособии около 600 задач). Тщательно отобранные задачи были сформированы на основании материалов, собранных на протяжении 35 лет при подготовке к внутривузовским и межвузовским математическим олимпиадам; при проведении занятий математического кружка «Нестандартные и прикладные задачи высшей математики», которым руководит Толстых О. Д. Она постоянно совершенствует работу математического кружка, параллельно решая задачу повышения познавательной деятельности и активности студентов. Работа кружка заключается в следующем: прорешиваются задачи олимпиад прошлых лет, видоизменяются старые и создаются новые задачи, находятся неожиданные решения известных задач. Изобретательность требуется не только при решении, но и модификации старых и создании новых задач [Миндеева, Толстых, 2017].

Главная цель организаторов олимпиады – привлечь интерес студентов к математике с целью повышения творческой активности студентов, дать возможность реализовать свои способности при решении нестандартных задач. Поэтому авторы статьи уделяют большое внимание подготовке задач, учитывающих специфику и рабочие программы вузов – участников. В олимпиаде участвуют, как правило, команды студентов 1 и 2 курсов из 10 вузов. В общей сложности получается порядка от 45 до 60 участников. В последние годы, учитывая пожелания вузов-участников, оргкомитет в информационном письме приглашает и студентов старших курсов. А это означает, что готовится не только основной пакет задач для студентов 1−3 курсов, но и на основании этого пакета, соответствующие пакеты для указанных выше вузов не технической направленности. То есть идет компоновка пакета заданий специально для вуза.

Разработчик (Толстых О. Д.) олимпиадных заданий учитывает не только содержательное разнообразие предлагаемых типов заданий, но и тот факт, чтобы участники получали моральное удовлетворение от своего интеллектуального роста, чтобы задания были решаемые. Предложенные задания, как правило, имеют нестандартную формулировку. Необходимо, чтобы они были понятны, интересны и посильны участнику олимпиады.

Приведем для примера основной пакет задач 23 областной олимпиады с указанием баллов за решения (*рис. 1*). Само решение данного пакета представлено в части 4 олимпиадного сборника. На основании этого пакета создаются еще 4 пакета путем перенумерования, перестановки и замены задач на равноценные.

23 Областная студенческая математическая олимпиада 16.04.2015

1 КУРС

1. На стороне AD параллелограмма $ABCD$ выбрана точка K, на диагонали AC точка M, так что $\overline{AK} = \frac{1}{5}\overline{AD}$, $\overline{AM} = \frac{1}{6}\overline{AC}$. Докажите, что точки K, M, B лежат на одной прямой. **2 балла**
2. Вычислите бесконечную сумму
$$S = \sum_{n=1}^{\infty}\left((n+12)^2 - 2(n+11)^2 + (n+10)^2\right).$$
3 балла
3. Вычислите предел $l = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\cdot A^n$, где матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
3 балла
4. Определите уравнение $y' = f(x,y)$, которому удовлетворяет неявно заданная функция $x^2y \cdot \mathrm{tg}(x^2y) = 23$. Выясните тип соответствующей линии и постройте ее. Для частного решения $y = y(x)$, $y(1) = 1$ определите значение α:
$$\int_{\frac{1}{23\alpha+12}}^{\frac{1}{23\alpha+11}} y(x)dx = \frac{4053}{2}.$$
4 балла
5. Найдите площадь S выпуклого многоугольника, вершинами которого являются точки комплексной плоскости, соответствующие корням уравнения $1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 = 0$.
4 балла
6. Сколько различных пар непересекающихся подмножеств имеет множество из n элементов. Укажите наибольшее n, при котором количество пар не превосходит 2015.
4 балла
7. Найдите точку параболы $x^2 = 2p(y+23)$, наименее удаленную от начала координат. Укажите это расстояние.
5 баллов
8. Найдите площадь прямоугольника, описанного вокруг эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, если одна из точек касания выбрана произвольно. Вычислите площадь прямоугольника, описанного вокруг эллипса $16x^2 + y^2 = 23$, если абсцисса одной из точек касания $x = 1$.
5 баллов

Кафедра «Математика» ИрГУПС — к. ф.-м. н., доцент Толстых ОД

23 Областная студенческая математическая олимпиада 16.04.2015

2 КУРС

1. Для любых $p > 0, q > 0$ вычислите отношение $\delta = \int_0^{\infty}\frac{\sin x^p}{x}dx : \int_0^{\infty}\frac{\sin x^q}{x}dx$.
2 балла
2. Составьте уравнение вида $y' = f(x,y)$, которому удовлетворяет функция
$$y = tg\int_{e}^{e^x}\frac{dt}{\ln^2 t + 2015}$$
3 балла
3. Две вершины треугольника фиксированы, а третья движется так, что один из углов при основании вдвое больше другого. По какой линии движется третья вершина?
3 балла
4. Вычислите предел $l = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1 - x^{\frac{1}{2x}}\right)\cdot\frac{x}{2\ln x}$.
4 балла
5. В зависимости от $k > 0$ исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i\cdot k\cdot\sin(ikn)}{15^n}$.
В случае сходимости найдите его сумму, i $(i^2 = -1)$ – мнимая единица.
4 балла
6. Изобразите на комплексной плоскости область, удовлетворяющую системе неравенств $\begin{cases}|z + 4 - 3i| + |z - 4 + 3i| \geq 26, \\ |z + 4 - 3i| + |z - 4 + 3i| \leq 62,\end{cases}$ Вычислите площадь этой области.
4 балла
7. Вектор $(i_1, i_2, \ldots, i_n)$, $n > 3$, составлен из первых n натуральных чисел, расположенных в случайном порядке. Найдите вероятность того, что при всех $k = 1, 2, \ldots, n$ справедливо неравенство $i_k \geq k - 3$. Решить задачу в общем виде и при $n = 4, 5, 6$.
5 баллов
8. При построении трансформатора переменного тока важно, чтобы внутренность катушки круглого сечения была максимально заполнена ядром крестообразного сечения. Наудачу бросается точка на сечение. Найдите наибольшее возможное значение вероятности попадания в крест.
5 баллов

Кафедра «Математика» ИрГУПС — к. ф.-м. н., доцент Толстых ОД

Рис. 1. Комплект заданий

Каждый комплект состоит из 8 заданий, охватывающих разные разделы математики данного курса и данной специальности, включая задания, доступные для всех участников. Время выполнения заданий завязано на количестве заданий, их трудности выполнения. Последние годы студенту каждого курса на 4 академических часа предлагаются 8 задач с общей суммой 30 баллов. Решение оригинальных нестандартных задач базируется, прежде всего, на знании методов решения курса математики; часто задачи содержат элементы различных смежных дисциплин. Кроме того, требуется владение логикой, пространственным воображением и интуицией, что, естественно, проявляется при большом опыте решения задач, при постоянной тренировке. При кажущейся простоте формулировок нестандартных задач требуется достаточно глубокое знание разделов курса математики, поскольку они являются, как правило, композицией стандартных задач. Решение такого рода задач требует активной мозговой деятельности для их выполнения, вызывает интерес и побуждает к более глубокому изучению математики. Студент для решения может выбирать те задачи, которые вызвали у него наибольший интерес.

Особого внимания заслуживают задачи, носящие прикладной характер (2 курс, задача 8). Такие задачи имеют практическую значимость в других областях знаний. Приведем несколько примеров:

1. Скорый поезд начинает движение в пункте A и заканчивает его в пункте B. Расстояние S между этими пунктами он проходит за время T. Доказать, что в некоторый момент времени его ускорение по абсолютной величине будет меньше, чем $\frac{4S}{T^2}$ [Толстых, ч. 1, 2017, с. 38].

2. Профиль моста имеет форму параболы, уравнение которой $y = -0,005x^2$, длина пролёта моста 30 м. Каков должен быть наклон к горизонту подходов AB и CB насыпи моста, чтобы проезд с насыпи на мост и обратно совершился плавно? [Толстых, ч. 1, 2017, с. 39].

Прикладные задачи имеют мощный образовательный потенциал для будущих инженеров, так как необходимо пройти три этапа: первый – перевод предложенной задачи на математический язык, построение математической модели; второй – непосредственно решение модели; третий – интерпретация полученных результатов и перевод на язык сформулированной задачи. Рассмотрим подобную задачу. Задача 7.24 из части 1 пособия, решение представлено в части 2 [Толстых, ч. 2, 2017, с. 128].

Задача. Вагон надземной железной дороги, проходящей на высоте 9 метров над землей, в некоторый момент времени находится над идущим внизу трамваем. Пути их образуют прямой угол. Скорость железнодорожного вагона 12 м/с, скорость трамвайного вагона 6 м/с. С какой скоростью будет увеличиваться расстояние между вагонами через 6 с?

Решение. *Этап I. Составление математической модели*. Представив себе картину происходящего, делаем вывод, что решение будет в пространстве *OXYZ* (*рис. 2*), это существенно для составления модели. За начало системы координат примем точку, в которой над трамваем находится железнодорожный вагон. Пусть ось *Ox* направлена вдоль пути трамвая, ось *Oz* – ортогональна пути железнодорожного вагона.

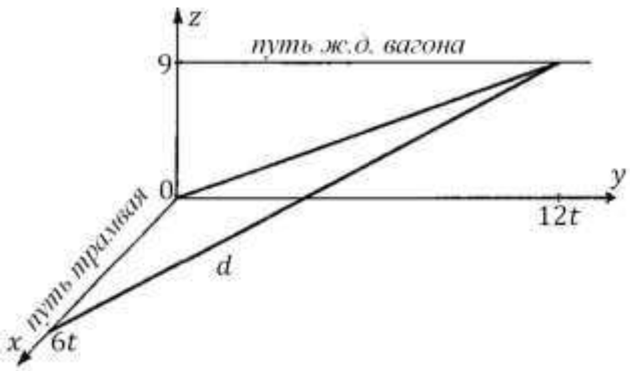

Рис. 2

Введем обозначения. Путь, пройденный трамвайным вагоном за время t секунд, равен $6t$ м. Путь, пройденный железнодорожным вагоном за то же время, $12t$ м. Зная формулу расстояния между точками в пространстве, мы можем определить расстояние между вагонами через определенное время.

Этап II. Решение математической модели. Пользуясь формулой и подставляя в нее имеющие данные, получим расстояние между вагонами через t секунд: $d = \sqrt{(12t)^2 + 9^2 + (6t)^2}$ или $d = \sqrt{180t^2 + 81} = 3\sqrt{20t^2 + 9}$. Скорость изменения пути определяется производной:

$$d' = \frac{180t}{\sqrt{180t^2 + 81}};\ d'(6) = \frac{180 \cdot 6}{\sqrt{180 \cdot 6^2 + 81}} = \frac{180 \cdot 6}{9\sqrt{80 + 1}} = \frac{180 \cdot 6}{9 \cdot 9}.$$

Этап III. Интерпретация результатов. Имеем: через 6 с расстояние между вагонами увеличивается со скоростью $\frac{40}{3}$ м/с, что является ответом задачи.

Рассматривая прикладные задачи, хочется отметить задачи, которые являются интересными по своему содержанию. Приведем пример:

1. Один человек спросил: «Который час?» Ему ответили, что часовая и минутная стрелки совмещены и находятся между 9 и 10 часами? Сколько было времени? [Толстых, ч. 4, 2017, с. 37].

2. Леня, Коля и Максим проверили уровень своего IQ. Леня правильно ответил на 40 вопросов, Коля – на 35, Максим – на 50. Втроем они правильно ответили на 68 вопросов. Вопрос считался «сложным», если на него правильно ответил только один мальчик; «легким», если на него правильно ответили трое. На сколько больше оказалось «сложных» вопросов, чем «легких»? [Толстых, ч. 4, 2017, с. 63].

Решение задач представлено в этом же пособии. А вообще, чтобы решить такие и подобные задачи, студенту необходимо применить не только знания по предмету, но и небольшую житейскую смекалку.

Необходимо отметить задачи, допускающие несколько способов решения одной задачи. Они способствуют развитию логической деятельности и гибкости мышления. Как правило, при этом один вариант решения традиционный, а другой специфичный, основанный на той или иной особенности данного условия задачи. Традиционно способы решения могут быть различные: арифметический, графический, геометрический, алгебраический, вычислительный. Например, задача 11.11 части 3:

Задача. Найти наименьшее значение функции

$$f(x,y)=(x-y)^2+\left(\sqrt{2-x^2}-\frac{9}{y}\right)^2 \text{ при } 0<x<\sqrt{2},\ \ y>0\,.$$

В пособии представлено два способа решения данной задачи: графический и алгебраический. Первый способ решения осуществляется при помощи графика функции $f(x,y)$, который определяет квадрат расстояния между окружностью и гиперболой. Второй способ прибегает к знаниям дифференциального исчисления функции нескольких переменных, в частности к необходимому условию существования экстремума [Толстых, ч. 3, 2017, с. 45]. Приветствуется, если заинтересованный читатель данной статьи предложит свой способ решения данной задачи. Допустимо и четыре способа решения одной задачи. Примером служит задача 18.31 пособия [Толстых, ч. 3, 2017, с. 168].

Имеет место быть и задачам с недостающими данными или лишними данными, они способствуют развитию критического мышления [Дробышева, Дробышев, 2015].

Часто вызывают затруднения задачи, которые сформулированы на стыке различных разделов математики. Такие задачи чаще всего вызывают затруднения, даже если в условии фактически расписан порядок действий. В качестве примера приведем задачу 4 (оценивается в 4 балла), которая была предложена студентам 1 курса на 23 областной математической олимпиаде 16.04.2015 (*рис. 1*)

Проведем анализ этой задачи подробнее, в ней легко распределяются баллы.

1^0. Первое предположение в условии говорит о том, что нужно продифференцировать функцию, заданную неявно, и получить:

$(x^3y)' = 0$, то есть $3x^2y + x^3y' = 0$, откуда $x^3y = c = const$ (1 балл).

Это совершенно стандартная задача для студентов 1 курса.

2^0. Полученное уравнение $y = \frac{c}{x^3}$ задает гиперболы в I и III четвертях при $c > 0$ и во I и IV четвертях при $c < 0$.

Это – ответ на второе предложение в условии, где достаточно обычных знаний общеобразовательной школьной программы по математике (1 балл).

3^0. При $y(1) = 1$ получается интегральная кривая, заданная уравнением $y = \frac{1}{x^3}$ (1 балл).

Для этой функции требуется вычислить простейший табличный интеграл, выполнить двойную подстановку и получить линейное уравнение: $46a = 4030$, то есть $a = \frac{2015}{23}$ (1 балл).

Ожидания составителя задачи, что основная масса участников олимпиады решит эту задачу, не полностью оправдались. Задачу решили много меньше половины всех участников.

Несмотря на четкость нестандартной формулировки, по-видимому, многие студенты не смогли увидеть в ней совершенно стандартные задачи разных разделов математики, решаемые на занятиях в рамках общего курса математики.

Анализ этой задачи показывает, что при проведении занятий важно учить студентов не только брать производные, интегралы и т. д., но и логически мыслить, размышлять, проводить анализ поставленных задач.

При организации олимпиады любого уровня важно оценить правильно уровень сложности задач, чтобы наиболее сильные участники могли сделать большую часть, чтобы не было преобладания тех, кто не решил ни одной задачи.

После проверки и обсуждения зашифрованных работ жюри подводит итоги личного первенства, а затем командного первенства отдельно по каждому курсу (по результатам лучших участников вуза, по минимальному количеству участников команд, по средним показателям).

Апелляционное жюри подтверждает качественную проверку решений (каждая задача проверяется двумя членами жюри). Участники олимпиады приходят после объявления результатов, не с целью спорить с жюри, а с целью посмотреть свои решения. При этом часто понимают, какие «ляпы» допускают в работе, что в отношении участников олимпиады радует и подтверждает объективность работы жюри.

Для процветания нашей большой страны требуется много инженеров, исследователей, в том числе и математиков, способных к открытиям, как в самой математике, так и умеющих применять математику при решении нестандартных прикладных задач, что требует большой изобретательности, креативности, умения логически мыслить. Откладывая вовлечения молодых людей в научную работу, в олимпиадное движение, мы можем потерять многих, кто мог бы стать творческим и активным ученым.

Олимпиада – богатейший источник увлекательных задач. Олимпиадные задачи приоткрывают нам завесу в таинственный мир математики, который затягивает нас. В каком-то смысле эти задачи отражают и математические моды. У каждой олимпиады с годами формируется свой особый неповторимый стиль.

Библиографический список

1. *Гревцева Г. Я.* Педагогическая олимпиада как средство развития творческого потенциала личности / Г. Я. Гревцева, М. В. Циулина // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. 2015. № 6. С. 33−39.

2. *Дробышев Ю. А.* Математические олимпиады как средство развития исследовательских способностей обучающихся / Ю. А. Дробышев, И. В. Дробышева. Калуга: Калужский гос. институт модернизации образования, 2015. 208 с.

3. *Миндеева С. В.* Математический кружок как эффективная форма повышения познавательной деятельности бакалавров в техническом вузе / С. В. Миндеева, О. Д. Толстых // В сборнике: Современные проблемы профессионального образования: опыт и пути решения. Материалы Второй всероссийской научно-практической конференции с международным участием. 2017. С. 291−295.

4. *Миндеева С. В.* Самостоятельная работа студента в образовательном процессе колледжа технического профиля / С. В. Миндеева, О. Д. Толстых // Crede Experto: транспорт, общество, образование, язык. 2015. № 3. URL: http://ce.if-mstuca.ru/index.php/2015-3 (дата обращения: 13.04.2018).

5. *Садовничий В. А.* Задачи студенческих математических олимпиад / В. А. Садовничий, А. А. Григорьян, С. В. Конягин. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987. 310 с.

6. *Садовничий В. А.* Задачи студенческих олимпиад по математике / В. А. Садовничий, А. С. Подколзин. М.: Наука, 1978. 208 с.

7. *Толстых О. Д.* Нестандартные и прикладные задачи высшей математики: учеб. пособие: в 4 ч. / О. Д. Толстых. Иркутск: ИрГУПС, 2017. Ч. 1. 88 с.

8. *Толстых О. Д.* Нестандартные и прикладные задачи высшей математики: учеб. пособие: в 4 ч. / О. Д. Толстых. Иркутск: ИрГУПС, 2017. Ч. 2. 160 с.

9. *Толстых О. Д.* Нестандартные и прикладные задачи высшей математики: учеб. пособие: в 4 ч. / О. Д. Толстых. Иркутск: ИрГУПС, 2017. Ч. 3. 172 с.

10. *Толстых О. Д.* Нестандартные и прикладные задачи высшей математики: учеб. пособие: в 4 ч. / О. Д. Толстых. – Иркутск: ИрГУПС, 2017. Ч. 4. 80 с.

References

1. *Drobyshev A. Yu.* (2015) Mathematical Olympiad as a means of students' research abilities development / Y. A. Drobyshev, I. V. Drobysheva. Kaluga: Kaluga state Institute of education modernization, 2015. 208 p.

2. *Grevtseva G. Y.* (2015) Pedagogical Olympics as a means of personal creative capacity development / G. Y. Grevtseva, Zilina M. V. // Bulletin of the Chelyabinsk State Pedagogical University. 2015. No. 6. P. 33-39.

3. *Miheeva S. V.* Student's independent work in educational process of technical profile College / C. V. Sindeeva, O. D. Tolstykh // Crede Experto: transport, society, education, language. 2015, № 3, URL: http://ce.if-mstuca.ru/index.php/2015-3 (circulation date: 13.04.2018).

4. *Mindeeva S. V.* (2017) Math club as an efficient way of cognitive activity improvement of bachelors in the technical University / S. V. Mindeeva, O. D. Tolstykh // In collection: problems of Modern professional education: experience and solutions. Materials of the Second all-Russian scientific-practical conference with international participation. 2017. P. 291- 295.

5. *Sadovnichy V. A.* (1978) Tasks of student mathematical Olimpiads / V. A. Sadovnichy, A. S. Podkolzin. Moscow: Science, 1978. 208 p.

6. *Sadovnichy V. A.* (1987) Tasks of student mathematical Olympiads / V. A. Sadovnichy, A. A. Grigoryan, S. V. Konyagin. Moscow: Izd-vo Mosk. University press, 1987. 310 p.

7. *Tolstykh O. D.* Non-standard and applied problems of higher mathematics: training appliance : 4 hours / O. D. Tolstykh. Irkutsk: Irkutsk State University Of Communications, 2017. Part 3. 172 p.

8. *Tolstykh O. D.* Non-standard and applied tasks of higher mathematics: training appliance: 4 hours / O. D. Tolstykh. – Irkutsk: Irkutsk State University Of Communications, 2017. Part 2. 160 p.

9. *Tolstykh O. D.* Non-standard and applied tasks of higher mathematics: training appliance: 4 hours / O. D. Tolstykh. Irkutsk: Irkutsk State University of Communications, 2017. Part 1. 88 p.

10. *Tolstykh O. D.* Non-standard and applied tasks of higher mathematics: training appliance: 4 hours / O. D. Tolstykh. Irkutsk: Irkutsk State University Of Communications, 2017. Part 4. 80 p.