

УДК 621.396.96

ББК 32.842

X643

П. А. Хмарский

Минск, Республика Беларусь

А. А. Сущинский

Минск, Республика Беларусь

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВХОДНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ДЛЯ УСТРОЙСТВА СОПРОВОЖДЕНИЯ ИСТОЧНИКА РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ПО ДАННЫМ ПОДВИЖНОГО РАДИОПЕЛЕНГАТОРА

Представлена методика разработки математической модели входного воздействия для устройства сопровождения источника радиоизлучения по данным подвижного радиопеленгатора.

Ключевые слова: подвижный радиопеленгатор, сопровождение только по угловым координатам, модель входного воздействия, модель задающего воздействия, случайный дискретный маневр, фильтр Калмана.

P. A. Hmarskij

Minsk, the Republic of Belarus

A. A. Sushhinskij

Minsk, the Republic of Belarus

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL OF INPUT ACTION FOR THE DEVICE SUPPORT OF THE RADIATION SOURCE ACCORDING TO THE MOVABLE RADIO FINDER

The authors present the methodology of development of input action mathematical model for the device support of the radiation source according to the movable radio finder.

Key words: movable radio finder; accompanied only by angular coordinates; model of input action; model of specifying impact; random discrete maneuver; the Kalman filter.

Введение

Одной из сложнейших задач радиолокационного сопровождения является определение координат и параметров движения источника радиоизлучения только по угломерной информации (в зарубежной литературе обозначается как *bearing-only tracking*) [Ristic, 2004, p. 103]. Дополнительная сложность при решении данной задачи возникает в том случае, когда имеется только один наблюдатель (радиопеленгатор), который должен маневрировать по специальным законам, иначе источник радиоизлучения может стать ненаблюдаемым [Ristic, 2004, p. 103; Бар-Шалом, 2011, с. 130]. Областью применения систем *bearing-only tracking* в авиационной радиолокации может быть определение координат источника высылающего сигнал бедствия, а также возможность получения дополнительной информации о координатах сопровождаемых летательных аппаратов при управлении воздушным движением. Следует отметить, что в большинстве публикаций зарубежных и отечественных авторов, посвященных *bearing-only tracking*, рассматривается случай сопровождения неманеврирующей цели [Ristic, 2004, p. 104; Бар-Шалом, 2011, с. 130; Blackman, 1999, p. 187]. В основном приводятся два способа построения устройства фильтрации [Ristic, 2004, p. 113–120]: либо по конечной выборке, либо в рекуррентной форме. Алгоритмы фильтрации по конечной выборке характеризуются значительной вычислительной сложностью. Рекуррентные алгоритмы фильтрации, как правило, представляют собой модификации фильтра Калмана при косвенных измерениях, для которых характерно ухудшение показателей качества для целого ряда условий наблюдения. Что касается задачи сопровождения маневрирующей це-

ли, то она гораздо более сложная и в настоящий момент по данному вопросу опубликовано незначительное количество открытых публикаций [Ristic, 2004, p. 121–127; Zhang, 2013, p. 2027].

Одними из основных задач на этапе разработки и внедрения систем сопровождения является проверка эффективности и отладка алгоритмов их работы. Данные задачи могут решаться либо путем математического моделирования, либо в ходе натурных и полунатурных испытаний. Применение математического моделирования позволяет значительно снизить затраты на проведение испытаний.

Цель статьи: разработка математической модели входного воздействия для устройства фильтрации и экстраполяции координат и параметров движения неманеврирующего и маневрирующего источника радиоизлучения по данным подвижного радиопеленгатора.

Основная часть

Входным воздействием для цифровых дискретных фильтров координат и параметров движения цели является последовательность разовых оценок вектора наблюдаемых параметров $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3, \dots, \hat{\theta}_{k+1}$ в дискретные моменты времени t_1, t_2, \dots, t_{k+1} ($t_1 < t_2 < \dots < t_{k+1}$), где $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ – временной интервал обновления данных между k -м и $(k+1)$ -м шагами измерения (для равных дискретных измерений он постоянен и равен Δt). Вектор наблюдаемых параметров $\hat{\theta}$ включает разовые оценки угловых координат наблюдаемого объекта $\hat{\beta}$ (азимут), $\hat{\epsilon}$ (угол места). Входное воздействие можно представить в виде суммы двух случайных процессов: *задающего* и *возмущающего воздействий*.

Задающее воздействие обычно представляют в виде сочетания детерминированной полиномиальной модели (регулярной составляющей) и случайной составляющей [Ширман, 2007, с. 346]. Полиномиальная модель отражает регулярное перемещение цели с учетом нескольких производных измеряемого параметра. Случайная составляющая модели (случайные изменения траектории движения цели) обусловлена неоднородностями среды, в которой движется

цель, атмосферными явлениями, неточностью и инерционностью систем управления и стабилизации параметров траектории в полете. Дискретное задающее воздействие при моделировании может быть получено с помощью формирующего фильтра, на вход которого поступает белый гауссовский шум с дисперсией случайного маневра σ_m^2 . В векторном случае структура формирующего фильтра усложняется, а на его вход подается векторный гауссовский дельта-коррелированный случайный процесс $\mathbf{\mu}_{ak}$ с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей дискретного случайного маневра цели $\mathbf{M}_k = \overline{\mathbf{\mu}_{ak} \mathbf{\mu}_{ak}^T}$ [Ширман, 2007, с. 346].

Возмущающее воздействие можно рассматривать как композицию двух независимых случайных составляющих. Первая составляющая возникает за счет зашумленности принятого сигнала и представляет собой векторный случайный процесс, число элементов которого равно числу измеряемых координат [Ширман, 2007, с. 346]. Обычно первую составляющую представляют гауссовским белым шумом с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, зависящей от разрешающей способности по соответствующей координате, и отношения сигнал-шум. Вторая составляющая возмущающего воздействия обусловлена блужданиями фазового центра отражений и представляет собой коррелированный в общем случае случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, дисперсией и временем корреляции, определяемыми характеристиками цели, динамикой ее движения, длиной волны и поляризацией приемопередающей антенны [Ширман, 2007, с. 346].

Дискретную математическую модель входного воздействия для случая косвенного измерения вектора состояния цели $\mathbf{\alpha}$ можно записать в следующем виде [Ширман, 2007, с. 347]:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1} = \overbrace{\mathbf{h}_{(k+1)}(\boldsymbol{\alpha}_{(k+1)})}^{\text{задающее воздействие}} + \overbrace{\boldsymbol{\mu}_{\theta(k+1)}}^{\text{возмущающее воздействие}}, \quad \boldsymbol{\alpha}_{(k+1)} = \mathbf{b}_k(\boldsymbol{\alpha}_k) + \boldsymbol{\mu}_{\alpha(k+1)},$$

где $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}$ – вектор наблюдаемых параметров в момент времени $t_{(k+1)}$; $\boldsymbol{\alpha}_{(k+1)}$, $\boldsymbol{\alpha}_k$ – векторы состояния ЛА в моменты времени $t_{(k+1)}$, t_k ; $\boldsymbol{\mu}_{\theta(k+1)}$ – вектор дискретного

возмущающего воздействия с корреляционной матрицей флуктуационных ошибок разового оценивания \mathbf{R}_θ ; $\mathbf{b}_k(\mathbf{a}_k)$ – вектор-функция динамического пересчета вектора состояния \mathbf{a} с k -го на $(k+1)$ -й шаг (регулярная составляющая траектории движения ЛА); $\mathbf{h}_{(k+1)}(\mathbf{a}_{(k+1)})$ – векторная функция статического пересчета вектора состояния $\mathbf{a}_{(k+1)}$ в вектор наблюдаемых параметров $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}$; $\boldsymbol{\mu}_{\alpha(k+1)}$ – вектор дискретного некоррелированного случайного маневра ЛА, обусловленного наличием случайной составляющей задающего воздействия, т. е. он определяет случайные изменения траектории движения ЛА за время Δt , вызванные внешними воздействиями воздушного пространства на ЛА. Этот вектор может быть описан как $\boldsymbol{\mu}_{\alpha(k+1)} = \mathbf{S}\boldsymbol{\mu}_{0(k+1)}$, где \mathbf{S} – известная матрица, $\boldsymbol{\mu}_{0(k+1)}$ – белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_M^2 .

В общем случае векторные функции $\mathbf{b}_k(\mathbf{a}_k)$ и $\mathbf{h}_{(k+1)}(\mathbf{a}_{(k+1)})$ являются нелинейными преобразованиями вектора состояния, которые могут изменяться от шага к шагу. Обобщенная структурная схема формирователя дискретного входного воздействия для $(k+1)$ -го шага измерения представлена на *рис. 1*.

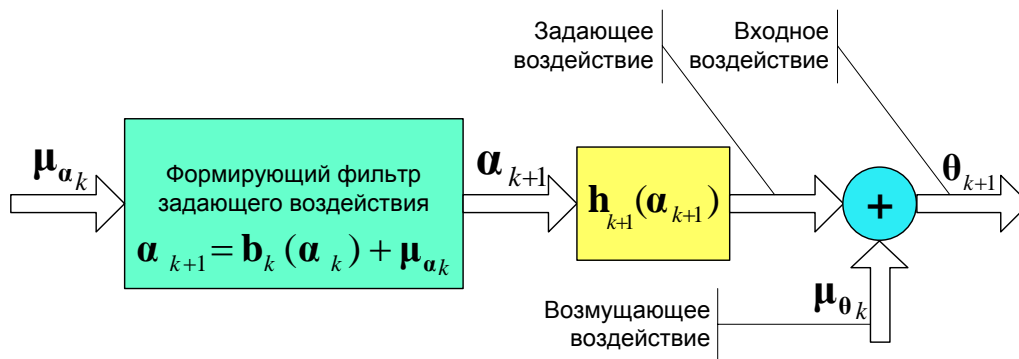


Рис. 1. Обобщенная структурная схема формирователя дискретного входного воздействия

Задающее воздействие $\mathbf{h}_{(k+1)}(\mathbf{a}_{(k+1)})$ представляет собой детерминированное нелинейное преобразование вектора состояния $\mathbf{a}_{(k+1)}$, который порождается формирующим фильтром из вектора $\boldsymbol{\mu}_{\alpha k}$ дискретного случайного маневра цели (гауссовского шума) с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей $\mathbf{M}_k = \mathbf{S}\mathbf{S}^T\sigma_M^2$. Входное воздействие формируется как сумма задающе-

го воздействия $\mathbf{h}_{(k+1)}(\mathbf{a}_{(k+1)})$ и возмущающего $\mathbf{m}_{\theta(k+1)}$. Развитием модели случайного ускорения цели в виде белого шума, введенной еще Р. Калманом, является модель *коррелированного гауссовского шума* с нулевым математическим ожиданием. Дальнейшее усовершенствование моделей привело к появлению моделей вида, предусматривающих *скачкообразные* изменения регулярной составляющей движения [Ширман, 2007, с. 357].

Развитие стохастических моделей задающего воздействия с коррелированными приращениями случайной составляющей позволило снизить флуктуационные ошибки измерения. В свою очередь, учет физических свойств движения летательных аппаратов в регулярной части задающего воздействия приводит к повышению точности прогноза и качеству фильтрации.

Рассмотрим *пример реализации разработанной математической модели*. Допустим, что имеется подвижный радиопеленгатор, вектор состояния которого $\mathbf{a}_{pk} = \left\| \begin{matrix} x_{pk} \\ z_{pk} \end{matrix} \right\|^T$ (x_{pk} (направление на север), z_{pk} (на восток), – прямоугольные координаты) известен в любой запрашиваемый k -й дискретный момент времени. Примем для простоты, что вектор наблюдаемых параметров $\hat{\theta}_k$ для подвижного пеленгатора сводится к скалярной разовой оценке $\hat{\beta}_k$ пеленга наблюдаемого объекта. Ошибки наблюдения некоррелированные и характеризуются корреляционной матрицей \mathbf{R}_θ , которая в рассматриваемом случае сводится к дисперсии флуктуационных ошибок разового оценивания, равной σ_β^2 (характеристики $\mathbf{m}_{\theta(k+1)}$). Временной интервал обновления данных между k -м и $(k+1)$ -м шагами измерения постоянен и равен Δt . В оценку вектора состояния цели $\hat{\mathbf{a}}_k = \left\| \begin{matrix} \hat{x}_k \\ \hat{V}_{xk} \\ \hat{z}_k \\ \hat{V}_{zk} \end{matrix} \right\|^T$ входят разовые оценки прямоугольных координат и скоростей изменения. Взаимосвязь между оценкой вектора наблюдаемых параметров $\hat{\theta}_k$ и оценкой вектора состояния $\hat{\mathbf{a}}_k$ осуществляется при помощи нелинейной вектор-функции $\mathbf{h}(\cdot)$:

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_k &= \mathbf{h}(\mathbf{D}\hat{\mathbf{a}}_k) = \mathbf{h}\left(\mathbf{D}\left\|\hat{x}_k \quad \hat{V}_{xk} \quad \hat{z}_k \quad \hat{V}_{zk}\right\|^T - \left\|x_{pk} \quad z_{pk}\right\|^T\right) = \\ &= \arctg\left(\frac{\hat{z}_k - z_{pk}}{\hat{x}_k - x_{pk}}\right) + \frac{\pi}{2}\left[2 - \operatorname{sgn}(\hat{x}_k) - \operatorname{sgn}(\hat{x}_k)\operatorname{sgn}(\hat{z}_k)\right],\end{aligned}$$

где $\mathbf{D} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ – матрица преобразования размерности вектора состояния $\hat{\mathbf{a}}_k$ к размерности \mathbf{a}_{pk} .

Неслучайная вектор-функция динамического пересчета вектора состояния \mathbf{a} с k -го на $(k+1)$ -й шаг $\mathbf{b}_k(\mathbf{a}_k)$ (в общем случае нелинейная) для случая прямолинейного равномерного движения будет иметь вид:

$$\hat{\mathbf{a}}_{k+1} = \mathbf{b}(\hat{\mathbf{a}}_k) = \begin{vmatrix} 1 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \hat{x}_k \\ \hat{V}_{xk} \\ \hat{z}_k \\ \hat{V}_{zk} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{x}_k + \hat{V}_{xk} \Delta t \\ \hat{V}_{xk} \\ \hat{z}_k + \hat{V}_{zk} \Delta t \\ \hat{V}_{zk} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{x}_{(k+1)} \\ \hat{V}_{x(k+1)} \\ \hat{z}_{(k+1)} \\ \hat{V}_{z(k+1)} \end{vmatrix}.$$

Матрица пересчета случайных приращений вектора состояния \mathbf{S} будет равна

$$\mathbf{S} = \begin{vmatrix} \Delta t^2/2 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t^2/2 & \Delta t \end{vmatrix}.$$

Дисперсия σ_M^2 характеризует случайный маневр по каждой прямоугольной координате.

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет формировать входное воздействие для устройства фильтрации и экстраполяции координат и параметров движения маневрирующего и неманеврирующего источника радиоизлучения по данным подвижного радиопеленгатора.

Заключение

Представлена разработанная математическая модель входного воздействия для устройства фильтрации и экстраполяции координат и параметров движения неманеврирующего и маневрирующего источника радиоизлучения по данным подвижного радиопеленгатора. При разработке модели учитывались две основные проблемы: выбор математической модели движения ЛА; задание априор-

ных данных об искомым параметрах модели и о вероятностных характеристиках ошибок измерений. Решение этих проблем базируется на выборе адекватной модели входного воздействия, которое можно представить в виде суммы двух случайных процессов: *задающего* и *возмущающего воздействий*. *Задающее воздействие* обычно представляют в виде кинематической стохастической модели, как сочетание детерминированной полиномиальной модели (регулярной составляющей) и случайной составляющей. Полиномиальная модель отражает регулярное перемещение цели с учетом нескольких производных измеряемого параметра. Случайная составляющая модели обусловлена неоднородностями среды, в которой движется цель, атмосферными явлениями, неточностью и инерционностью систем управления и стабилизации параметров траектории в полете. *Возмущающее воздействие* можно рассматривать как композицию двух независимых случайных составляющих. *Первая* составляющая возникает за счет зашумленности принятого сигнала и представляет собой векторный случайный процесс, число элементов которого равно числу измеряемых координат. *Вторая* составляющая возмущающего воздействия обусловлена блужданиями фазового центра отражений и представляет собой коррелированный в общем случае случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, дисперсией и временем корреляции, определяемыми характеристиками цели, динамикой ее движения, длиной волны и поляризацией приемопередающей антенны.

Библиографический список

1. *Бар-Шалом Я.* Траекторная обработка. Принципы, способы и алгоритмы. Ч. 2 // Я. Бар-Шалом, Х. Р. Ли. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. 239 с.
2. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник. Изд. 2-е переработ. и доп. / Под ред. Я. Д. Ширмана. М.: Радиотехника, 2007. 512 с.
3. *Blackman S.* Design and analysis of modern tracking systems / S. Blackman, R. Popoli. Boston, London: Artech House, 1999. 1230 p.
4. *Ristic B.* Beyond the Kalman Filter. Particle Filters for Tracking Applications / B. Ristic, S. Arulampalam, N. Gordon. Boston, London: Artech House. 2004. 299 p.

5. Zhang Y. J. Detection of Target Maneuver from Bearings-Only Measurements / Y. J. Zhang, Z. Geng // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 2013. V.49. № 3. P. 2027–2034.

References

1. Bar-Shalom Ya. (2011). Trajectory processing. Principles, ways and algorithms. P. 2 // Ya. Bar-Shalom, H. R. Li. M.: MSTU named after N. E. Bauman, 2011. 239 p. (in Russian).

2. Radio-electronic systems: Bases of construction and theory. Reference book. Edition. 2 reworked and additional / Under the editorship of Ya. D. Shirman. M.: Radio engineering, 2007. 512 p. (in Russian).

3. Blackman S. (1999). Design and analysis of modern tracking systems / S. Blackman, R. Popoli. Boston, London: Artech House, 1999. 1230 p.

4. Ristic B. (2004). Beyond the Kalman Filter. Particle Filters for Tracking Applications / B. Ristic, S. Arulampalam, N. Gordon. Boston, London: Artech House. 2004. 299 p.

5. Zhang Y. J. (2013). Detection of Target Maneuver from Bearings-Only Measurements / Y. J. Zhang, Z. Geng // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 2013. V.49. № 3. P. 2027–2034.