УДК 004.588

ББК 74.5

Ч-751

В. З. Чокой

Иркутск, Россия

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АВИАТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППАРАТА МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

В статье рассмотрен авторский пакет инструментальных оболочек для ЭВМ, позволяющий моделировать технологические процессы в авиатранспортных системах на этапах технического обслуживания воздушных судов. В аннотируемых инструментальных оболочках реализованы математические модели в основе различных вариантов марковских процессов.

Предполагается, что представленные инструменты математического моделирования могут быть полезны, наряду с образовательным процессом, эксплуатирующим организациям, для которых актуальны вопросы оптимизации и управления технологическими процессами.

Ключевые слова: математическая модель, авиатранспортная система, марковские процессы, марковские последовательности, марковские цепи, процессы гибели и размножения, метод «Динамики средних».

V. Z. Chokoj

Irkutsk, Russia

SIMULATING OF AIR TRANSPORT SYSTEMS WITH THE AID OF MARKOV-PROCESS APPARATUS

The article presents the author’s packet of tool skins for an ECM enabling to simulate technological processes in air transport systems during aircraft maintenance.

© Чокой В. З., 2016

The tool skins implement mathematical models as a base for different Markov processes.

The presented tools of mathematical modeling are supposed to be useful along with the educational process for operating organizations which are interested in the issues of optimization and management of technological processes.

Key words: mathematical model, air transport system, Markov processes, Markov sequences, Markov chains, reproduction and death processes, mean-value dynamics method.

Актуальность оптимизационного математического моделирования в авиатранспортной сфере обусловлена известными проблемами ряда российских авиакомпаний. В этих условиях востребовано методическое, математическое и программное обеспечение, позволяющее рачительно использовать имеющиеся ресурсы, изыскивать и приводить в действие малозатратные, скрытые резервы эффективности. Решать такие размерные и сложные задачи, без использования компьютерных ресурсов, проблематично. Исходя из отмеченных посылок, на факультете Эксплуатации летательных аппаратов Иркутского филиала МГТУ ГА в последние годы ведется работа по формированию актуального расчетно-информационного обеспечения вопросов управления технологическими процессами авиатранспортных систем. Одним из элементов такого обеспечения является комплект моделей на основе марковских процессов.

Марковские процессы являются частным видом случайных процессов, характерных для авиатранспортных систем. Особое место марковских процессов обусловлено следующими обстоятельствами:

- эти процессы имеют развитый и доказавший эффективность математический аппарат, позволяющий решать гамму актуальных практических задач;

- с помощью марковских процессов можно моделировать функционирование систем практически любой сложности;

- модели марковских процессов позволяют решать и оптимизационные задачи.

Случайный процесс, протекающий в какой-либо системе S, называется марковским, если он обладает базовым свойством: для любого момента времени t_0 вероятность любого состояния системы в будущем (при $t > t_0$) зависит только от ее состояния в настоящем (при $t = t_0$) и не зависит от того, когда и каким образом система S пришла в это состояние.

Классификация марковских процессов осуществляется по признаку непрерывности или дискретности значений функции $X(t)$ и параметра t. В этой связи различают:

- процессы с дискретными состояниями и дискретным временем (марковские цепи);

- процессы с непрерывными состояниями и дискретным временем (марковские последовательности);

- процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем (непрерывные цепи);

- процессы с непрерывными состоянием и временем (далее не рассматриваются).

Марковские цепи. Для таких процессов в моменты $t_1, t_2, \ldots$ система S может менять состояния. При этом, аргументом, от которого зависит функционирование, выступает не время t, а номер шага 1, 2,…, k. Процесс функционирования представляют последовательностью состояний $S(0), S(1), \ldots, S(k), \ldots$, где: $S(0)$ − начальное состояние системы (перед первым шагом); $S(1)$ − состояние системы после первого шага; $S(k)$ − состояние системы после k-го шага.

Вероятностями состояний марковской цепи называют вероятности $P_i(k)$ того, что после k-го шага (и до (k + 1)-го) система S будет находиться в состоянии S_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$. Очевидно, что для любого шага k должно выполняться условие $\sum_{i=1}^{n} P_i(k) = 1$. Исходным распределением вероятностей марковской цепи называют распределение вероятностей состояний в начале функционирования $P_1(0), P_2(0), \ldots, P_i(0), \ldots, P_n(0)$. Вероятностью перехода на k-м шаге из состояния S_i в состояние S_j называют вероятность того, что система S после k-го шага окажется в состоянии S_j при условии, что перед этим (после $(k-1)$-го шага) она находилась в состоянии S_i. Вероятности переходов P_{ij} представляют в виде матрицы.

Если для марковской цепи заданы начальное распределение вероятностей и матрица переходных вероятностей, то динамика вероятностей состояний системы на k-м шаге $P_i(k)$ (что обычно и является целью моделирования) определяется по рекуррентной формуле

$$P_i(k) = \sum_{j=1}^{n} P_j(k-1) \cdot P_{ij}.$$

Непрерывные марковские цепи. Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем называют непрерывной цепью Маркова при условии, что переходы из одних состояний в другие происходят не по шагам, а в случайные моменты времени t. Если система характеризуется состояниями $S_0, S_1, \dots, S_n$, а процесс ее функционирования представляет собой переходы между этими состояниями в любые моменты времени t, и если обозначить через $P_i(t)$ вероятность того, что в момент времени t система будет находиться в состоянии S_i, то формальной целью моделирования является определение динамики изменения вероятностей каждого из состояний по времени: $P_0(t), P_1(t), \dots, P_n(t)$.

Для непрерывных цепей каждый переход характеризуют интенсивностью λ_{ij} (в данном случае из состояния S_i в состояние S_j). Если известны начальные вероятности пребывания системы во всех n состояниях и интенсивности возможных переходов, то динамику функционирования системы описывает система дифференциальных уравнений

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij} \cdot P_j(t) - P_i(t) \cdot \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}.$$

Для решения данной системы дифференциальных уравнений используют численные методы, например, метод Рунге-Кутты четвертого порядка с автоматическим выбором шага интегрирования.

Процессы гибели-размножения являются упрощенной разновидностью марковских цепей с дискретными состояниями $S_0, S_1, \dots, S_n$, если:

- все состояния можно вытянуть в одну цепочку, в которой каждое из промежуточных состояний ($S_1, \ldots, S_{n-1}$) может «переходить» только в смежные состояния, а крайние состояния (S_0 и S_n) переходят только в соседние состояния;

- потоки переходов являются простейшими пуассоновскими (стационарными, ординарными, без последействия).

Название процесса связано с тем, что переходы вправо с интенсивностями λ_k связывают с позитивными факторами, а переходы влево с интенсивностями μ_k связывают с негативными факторами.

Вероятности состояний системы для стационарного режима процесса гибели-размножения определяют по формулам:

$$P_0 = \frac{1}{1+\frac{\lambda_0}{\mu_1}+\left(\frac{\lambda_0\cdot\lambda_1}{\mu_1\cdot\mu_2}\right)+\cdots+\left(\frac{\lambda_0\cdot\lambda_1\cdot\ldots\cdot\lambda_{n-1}}{\mu_1\cdot\mu_2\cdot\ldots\cdot\mu_n}\right)};$$

$$P_k = P_0 \cdot \frac{\lambda_0\cdot\lambda_1\cdot\ldots\cdot\lambda_{k-1}}{\mu_1\cdot\mu_2\cdot\ldots\cdot\mu_k}, \text{ для } k = 1, 2, \ldots, n,$$

где P_0 – вероятность пребывания системы в начальном состоянии S_0;

P_k – вероятность пребывания системы в k-х состояниях, включая завершающее.

Модели динамики средних являются вариантом непрерывных марковских цепей. Отличие заключается лишь в том, что искомой является не динамика вероятностей состояний, а динамика средних численностей переходящих элементов $C_i(t)$ в каждом i-м состоянии на момент времени t.

Функциональность и интерфейсные решения по инструментам марковских процессов. Рассмотренные подходы к моделированию с использованием аппарата марковских процессов положены в основу инструментальных оболочек, приспособленных к решению ряда типовых задач управления процессами в авиатранспортных системах. Эти инструменты, наряду с другими инструментами, интегрированы в авторском пакете Модельер 2.0 и для пользователей доступны через группу «Имитационные модели» головного меню (*рис. 1*). Для доступа к инструментам, базирующимся на аппарате марковских процессов, курсором активизируется позиция «Динамика функционирования СМО», после чего поверх головной панели пакета выводится панель «Анализ динамики функционирования СМО различных типов» с пятью закладками, в которые загружены следующие инструменты:

- динамика систем массового обслуживания (СМО) с непрерывными марковскими процессами (*рис. 2*);

- динамика СМО со структурой типа марковская цепь (*рис. 3*);

- динамика СМО с процессами гибели-размножения, нестационарный режим (*рис. 4*);

- динамика СМО с процессами гибели-размножения, стационарный режим (*рис. 5*).

В пятую закладку «Справка по инструментальным оболочкам» загружается справочная информация, необходимая для тестирования и эффективного использования перечисленных инструментов (*рис. 6*).

Интерфейсные элементы каждого инструмента в закладках сгруппированы окантовками «Исходные данные» и «Результаты решения» (*рис. 2*). Исходные данные вводятся: с клавиатуры – в единичные редактируемые поля; курсором из списков; с клавиатуры или из файла – в редактируемые таблицы (активацией кнопки с пиктограммой папки). Запуск инструмента на решение задачи осуществляется активацией курсором кнопки с пиктограммой стрелки, располагаемой в левом верхнем углу каждой инструментальной панели. Результаты решения выводятся: в единичные не редактируемые поля и таблицы, а также на графики (*рис. 2*).

Все табличные результаты, а также отредактированные таблицы исходных данных могут быть сохранены в файлах, для чего активируется кнопка с пиктограммой дискеты.

Рис. 1. Головная панель пакета Модельер 2.0

(развернута группа «Имитационные модели»)

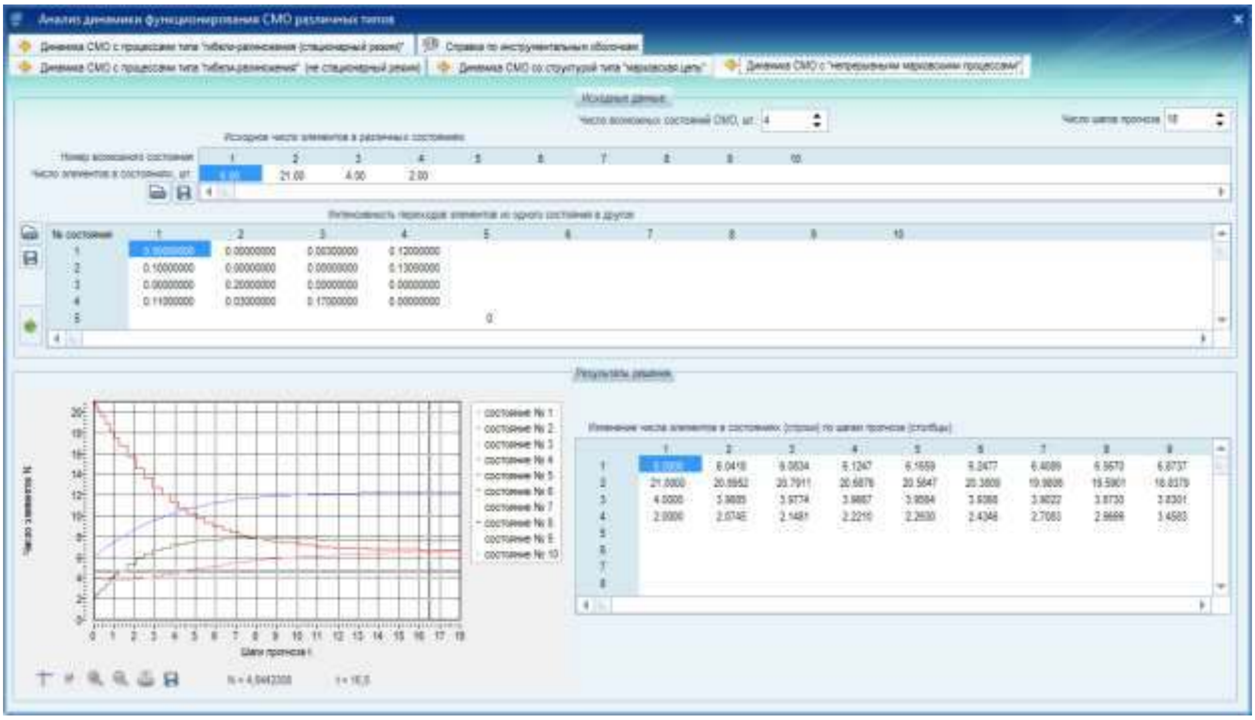

Рис. 2. Панель инструмента «Динамика СМО с непрерывными марковскими процессами» с решением тестовой задачи

Графические результаты помимо этого могут быть: распечатаны на принтере (для чего активируется кнопка с пиктограммой принтера), масштабированы (для чего активируются кнопки с пиктограммами лупы). Для съема информации с графика о промежуточных значениях аргумента и функции используется визирка, активируемая кнопкой с перекрестием.

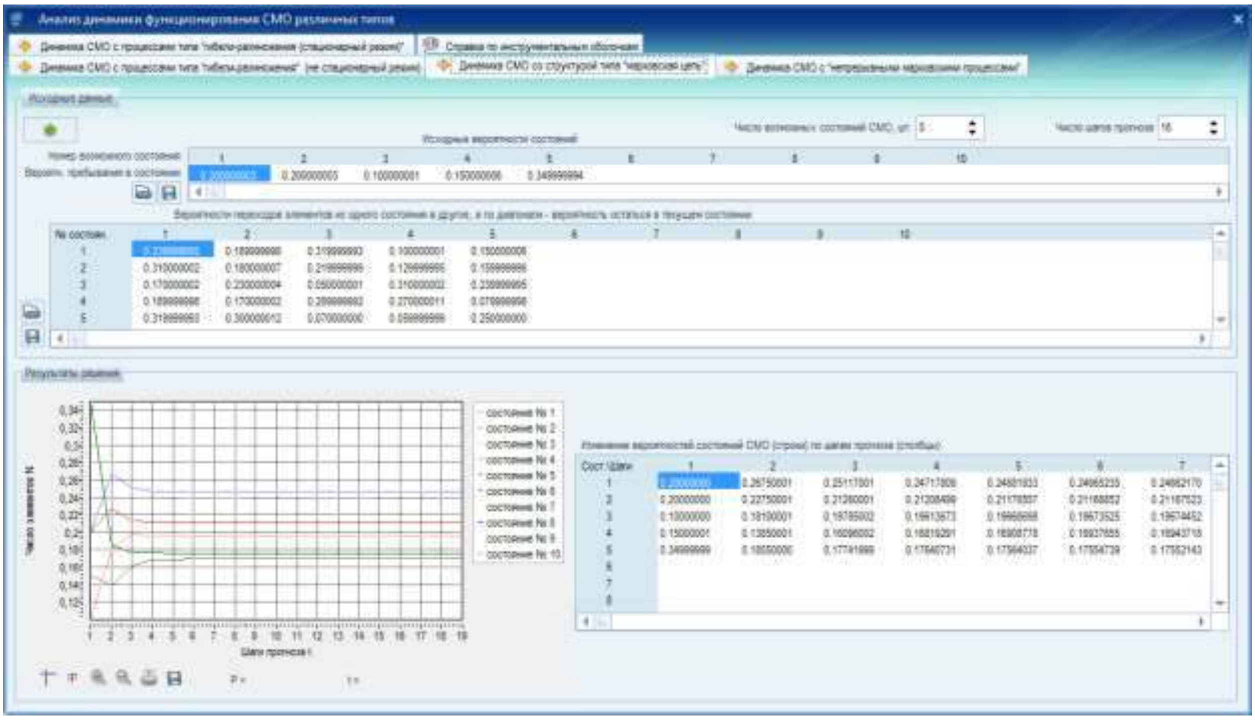

Рис. 3. Панель инструмента «Динамика СМО со структурой типа марковская цепь» с решением тестовой задачи

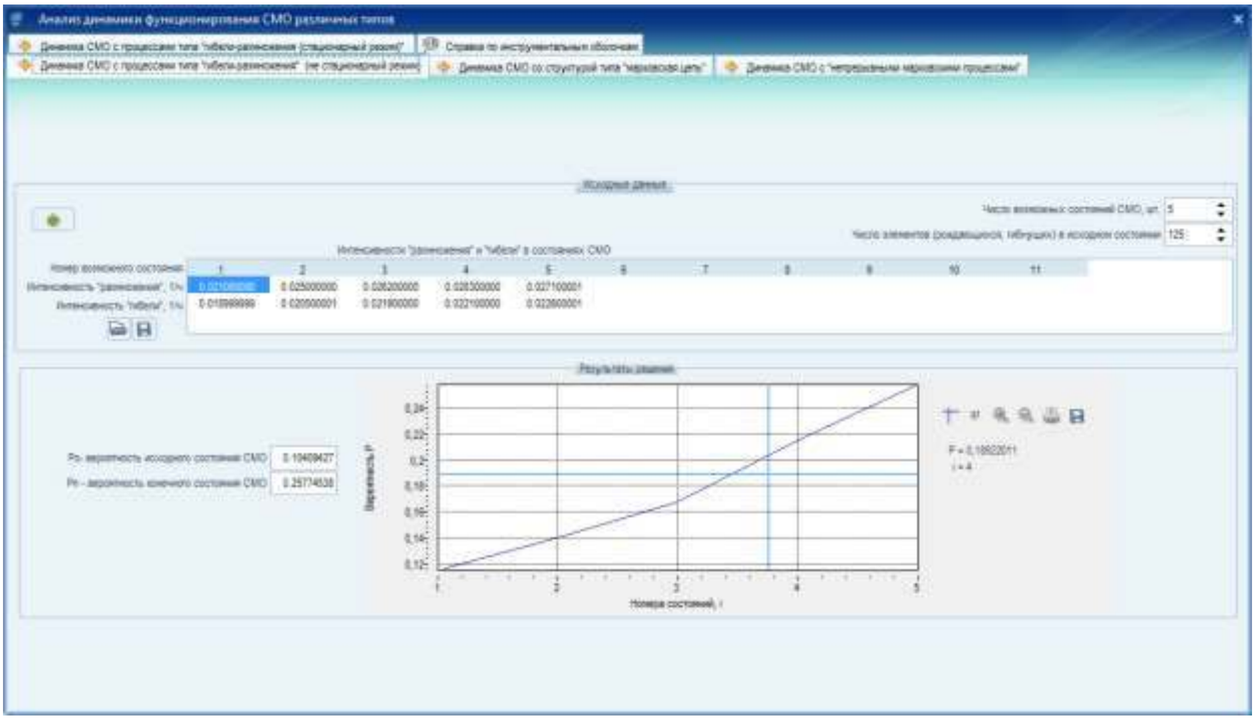

Рис. 4. Панель инструмента «Динамика СМО с процессами гибели-размножения (не стационарный режим)» с решением тестовой задачи

Комфортный цвет визирки может быть подобран путём активации кнопки с пиктограммой разноцветной таблицы. Текущие значения функции и аргумента выводятся в поля под кнопками (или правее кнопок) управления графической информации (*рис. 2*).

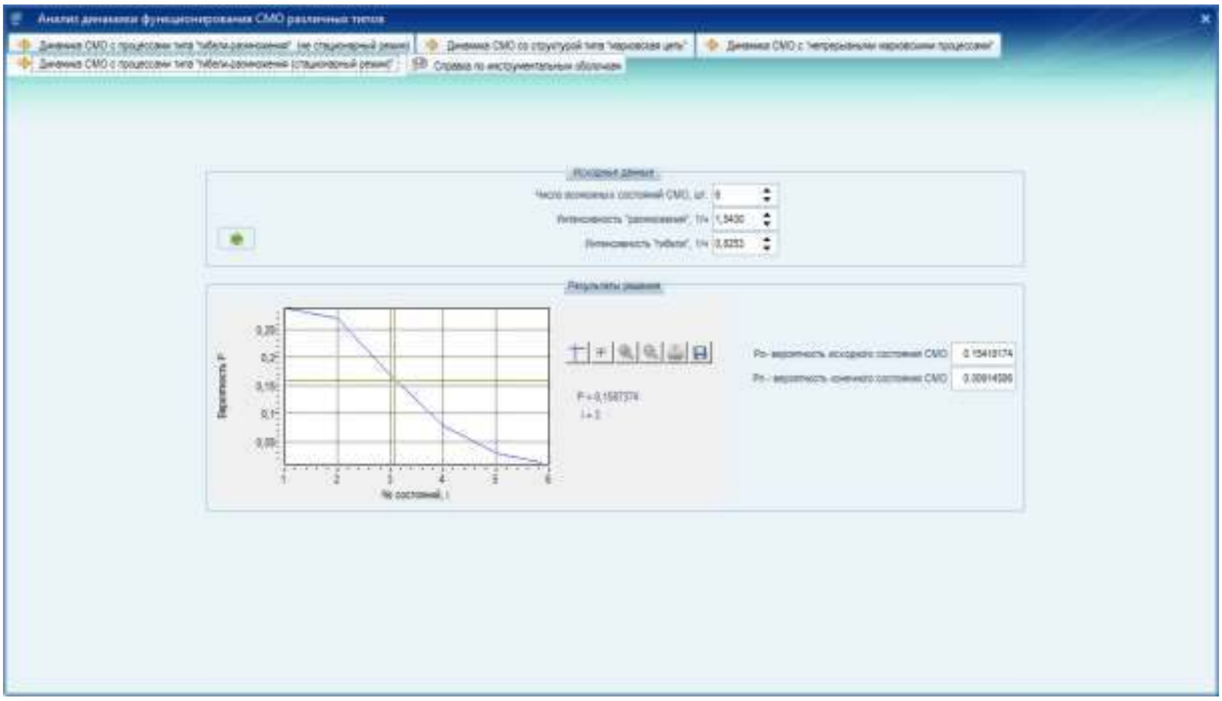

Рис. 5. Панель инструмента «Динамика СМО с процессами гибели-размножения (стационарный режим)» с решением тестовой задачи

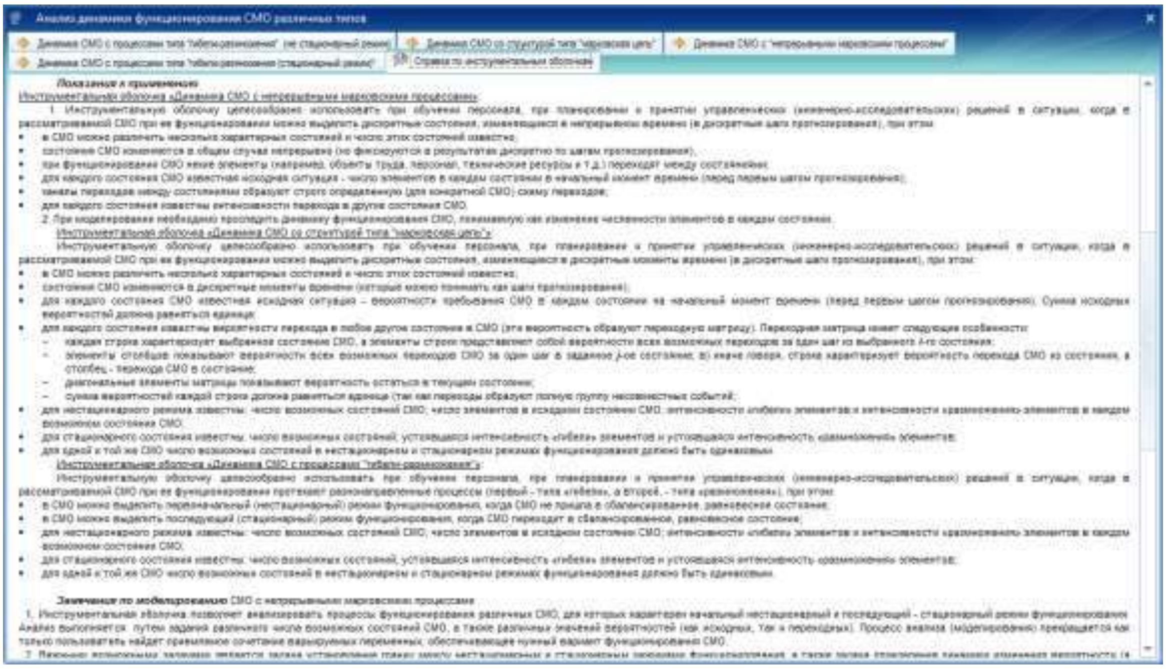

Рис. 6. Панель инструмента «Анализ динамики функционирования СМО различных типов» с раскрытой закладкой «Справка по инструментальным оболочкам»

Для информационного обеспечения работы пользователей в пакет включены информационные карты, доступ к которым возможен через группу «Информационные карты» головного меню. Эти карты содержат иллюстрированные материалы как теоретического, так и практического характера и предназначены для самостоятельной проработки актуальной предметной области перед использованием инструментальных оболочек. Данные материалы также могут быть использованы и в групповом обучении: на лекциях, практических, лабораторных и семинарских занятиях.

Пакет Модельер 2.0 оформлен как единое автономное полнофункциональное Windows-приложение, функционирующее на типовых IBM-подобных ЭВМ в среде известных версий операционной системы Windows. Для инсталляции пакета на жёстком диске достаточно 1,8 Гб памяти. Исполняемый файл Modeljer-M имеет объём 7,5 Мб. Сервисные файлы, файлы информационных карт, файлы с архивами решений задач, а также тестовые исходные числовые файлы сгруппированы в 8 папок и доступны, в основном, через интерфейсные элементы инструментальных панелей.

Библиографический список

1. *Архангельский А. Я.* Программирование в Delphi для Windows. М.: Бином-Пресс, 2007. 1248 с.

2. *Бережная Е. В.* Математические методы моделирования экономических систем / Е. В. Бережная, В. И. Бережной. М.: Финансы и статистика, 2006. 433 с.

3. *Кабков П. К.* Исследование операций и системный анализ. М.: МГТУ ГА, 2005. 90 с.

3. *Чокой В. З.* Моделирование систем и процессов / В. З. Чокой, И. И. Величко. Конспект лекций и практических занятий. Иркутск: ИВВАИУ (ВИ), 2006. 173 с.