

УДК 629.7

ББК 39.56

Ш788

Д. А. Шоманков

Минск, Республика Беларусь

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОШИБОК АЭРОМЕТРИЧЕСКИХ
ПРИБОРОВ НА ОСНОВЕ КОМПЛЕКСИРОВАНИЯ РАЗНОРОДНОЙ
ИНФОРМАЦИИ ПО ДАННЫМ БОРТОВЫХ РЕГИСТРАТОРОВ**

Представленная в статье математическая модель основана на комплексировании разнородной полетной информации, регистрируемой средствами объективного контроля, и может быть использована в системах оптимального оценивания высотно-скоростных параметров полета или контроля технического состояния аэрометрических измерительных устройств.

Ключевые слова: комплексирование, корреляционная функция, формирующий фильтр, ошибки, оптимальное оценивание, контроль, техническое состояние.

D.A. Shomankov

Minsk, the Republic of Belarus

**THE MATHEMATICAL MODEL OF AEROMETRIC DEVICES ERRORS
ON THE BASIS OF DIFFERENT INFORMATION INTEGRATION AC-
CORDING TO FLIGHT RECORDERS**

The mathematical model presented in the article is based on the integration of different flight information recorded by the means of objective control and can be used in the systems of optimized evaluation of high-speed flight parameters or technical control of aerometric measuring devices.

Keywords: integration, correlation function, generating filter, errors, optimized evaluation, control, technical condition

В зависимости от типа воздушного судна (ВС) на него устанавливается соответствующее количество и разные типы аэрометрических приборов (АМП) и другого оборудования. Однако минимально необходимое оборудование, которое устанавливается на любой тип самолета включает (рис. 1): систему приемников воздушных давлений (ПВД); датчик приборной скорости (ДС); систему воздушных сигналов (СВС); датчик барометрической высоты (ДВ); радиовысотомер (РВ); доплеровский измеритель скорости и угла сноса (ДИСС); датчик горизонтальной перегрузки (ДПх); датчик вертикальной перегрузки (ДПу).

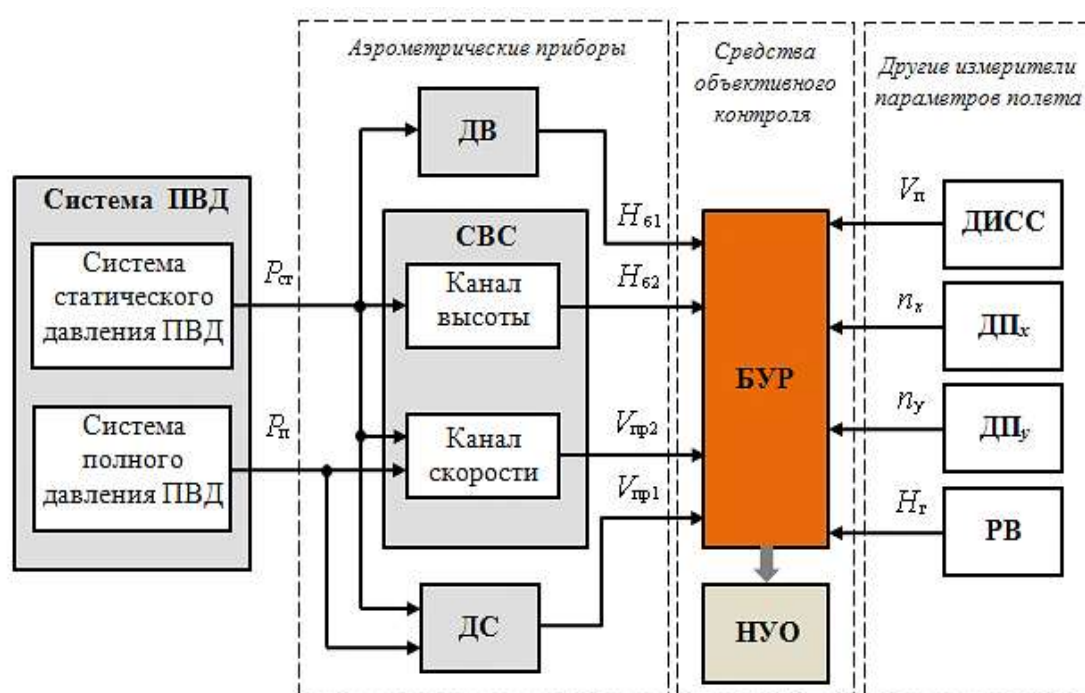


Рис. 1. Обобщенная структурная схема связи АМП с наблюдающими устройствами и БУР:

$P_{п}$, $P_{ст}$ – полное и статическое давление воздуха соответственно; $V_{пр1}$, $V_{пр2}$ – скорость приборная от ДС и СВС соответственно; $H_{б1}$, $H_{б2}$ – высота барометрическая от ДВ и СВС соответственно; n_x – перегрузка продольная; n_y – перегрузка вертикальная; H_r – высота геометрическая от РВ; $V_{п}$ – скорость путевая

Измеренные параметры полета от АМП и других измерителей, построенных и работающих на иных физических принципах (ДИСС, РВ, ДПх, ДПу), регистрируются в бортовом устройстве регистрации (БУР) в течение всего времени полета. После приземления ВС, зарегистрированная полетная информация спи-

сывается с БУР и переносится в наземное устройство обработки (НУО) для проведения ОК. Наличие имеющейся избыточной информации об однотипных или функционально связанных друг с другом параметрах полета определяет принципиальные возможности для выполнения оценивания параметров высоты и скорости, или контроля технического состояния АМП. Для реализации этих возможностей необходимо разработать математическую модель ошибок, учитывающую погрешности АМП, контроль изменения которых в процессе эксплуатации может характеризовать их техническое состояние.

При разработке математических моделей АМП с использованием методов оптимального оценивания необходимо учитывать случайные погрешности, которые могут быть вызваны влиянием множества разнородных возмущающих факторов. Теоретические и экспериментальные исследования показали, что случайные шумовые погрешности АМП обусловлены колебаниями давления, плотности и температуры воздуха на различных высотах и турбулентностью атмосферы вдоль оси приемника системы ПВД. Такие погрешности достаточно точно можно описать корреляционной функцией экспоненциального вида по выражению (1) [Иванов, 1984, с. 19; Лебедев, 1985, с. 162; Колодежный, 2010, с. 297].

$$K_x(t) = \sigma_x^2 e^{-\alpha|t|}, \quad (1)$$

где σ_x^2 – дисперсия погрешности x ;

α – величина обратная времени корреляции;

t – время корреляции.

Для построения формирующего фильтра, на вход которого подается белый шум единичной интенсивности, а на выходе будет случайная погрешность с корреляционной функцией (1), известна частотная характеристика и соответствующая ей передаточная функция.

Формирующий фильтр для стационарного случайного процесса, имеющего экспоненциальную корреляционную функцию (1), представляет собой апериодическое звено, в соответствии с которым получено дифференциальное уравне-

ние случайной погрешности. Учитывая, что на практике измерения регистрируются в БУР дискретно, а величины и характер их погрешностей зависят только от режимов полета, математическую модель случайной погрешности АМП правомерно записать в дискретной форме

$$x(k+1) = -\alpha(k)x(k) + \sigma_x \sqrt{2\alpha(k)}\xi(k). \quad (2)$$

Значения высоты и скорости при каждом полете всегда различные. Следовательно, для корректного описания случайных погрешностей АМП необходимо определять σ_x и α после каждого вылета.

Например, параметр α_i для АМП в канале измерения приборной скорости можно определить по формуле [Иванов, 1984, с. 20]:

$$\alpha_{Vi} = \frac{V_i}{L}, \quad (3)$$

где V_i – воздушная (приборная) скорость полета ВС;

L – масштаб турбулентности.

Для АМП в канале измерения барометрической высоты

$$\alpha_{Hi} = \frac{V_{yi}}{L}, \quad (4)$$

где V_{yi} – вертикальная скорость полета ВС.

Масштаб турбулентности может изменяться в пределах от 200 м (спокойная атмосфера) до 1000 м (сильная «болтанка»), что определяется состоянием атмосферы в данное время в данном месте и зависит от многих метеорологических условий и параметров [Иванов, 1984, с. 20].

Параметр σ_x зависит от факторов, определяющих состояние атмосферы, а так же от характеристик чувствительных элементов, передаточных механизмов и вычислителей АМП. Следует заметить, что в настоящее время отсутствуют методики и модели расчета σ_x , а в существующих математических моделях задается его некое постоянное значение. Однако, имея конечную выборку параметров полета, измеряемых контролируруемыми АМП по данным СОК, определение параметра σ_x предлагается через формулу абсолютной погрешности для

АМП [Шоманков, 2013, с. 119]:

$$\Delta_x = \frac{\delta_x D_x}{100\%}, \quad (5)$$

где δ_x – относительная погрешность конкретного типа АМП;

D_x – диапазон измерения параметра.

Значения δ_x и D приведены в паспортах на соответствующие типы АМП. При этом следует учитывать, что регистрация в БУР параметров полета от АМП происходит с соответствующими погрешностями. Следовательно, вместо параметра δ_x в (5) целесообразно использовать параметр δ_i – относительную погрешность тракта измерения и регистрации – который правомерно определить по выражению [Шоманков, 2013, с. 119]:

$$\delta_i = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_{\text{БУР}}^2}, \quad (6)$$

где $\delta_{\text{БУР}}$ – относительная погрешность регистрации параметра в БУР, значения которой приведены в паспортах на соответствующие типы БУР.

При этом следует учитывать, что выходные сигналы АМП, соответствующие барометрической высоте и приборной скорости вырабатываются на основе косвенных измерений, входными величинами которых являются статическое и полное давление набегающего воздушного потока. А зависимость барометрической высоты и приборной скорости – от статического и полного давлений – является нелинейной. Следовательно, зависимости абсолютных погрешностей АМП от высоты и скорости полета также будут нелинейными. Пересчет значений абсолютных погрешностей из единиц давления в единицы высоты и скорости полета можно производить по таблицам стандартной атмосферы или по гипсометрическим формулам.

Дискретные уравнения математической модели ошибок АМП в общем виде можно записать [Браммер, 1982, с. 58; Гришин, 1985, с. 13]:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}(k)\mathbf{w}(k), \quad (7)$$

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k), \quad (8)$$

)

где $\mathbf{F}(k)$ – фундаментальная (переходная) матрица системы;

$\mathbf{G}(k)$ – матрица интенсивностей возмущений системы;

$\mathbf{w}(k)$ – вектор шумов возмущений системы;

$\mathbf{z}(k)$ – вектор «невязок»;

$\mathbf{v}(k)$ – вектор шумов измерений системы.

При этом шумы возмущений $\mathbf{w}(k)$ и измерений $\mathbf{v}(k)$ представляют собой векторные случайные процессы типа «белого шума» с диагональными неотрицательными матрицами ковариации этих процессов.

Таким образом, на примере типовой схемы в соответствие с принятыми обозначениями (рис. 1) определим обобщенный подход к формированию параметров математической модели ошибок АМП.

Для канала измерения барометрической высоты

Вектор состояния запишется в виде

$$\mathbf{x}_H(k) = [x_1(k), x_2(k), x_3(k), x_4(k), x_5(k)]^T, \quad (9)$$

)

где $x_1(k)$ – ошибка в канале барометрической высоты при комплексировании ДВ и СВС;

$x_2(k)$ – ошибка ДВ при его комплексировании с РВ;

$x_3(k)$ – ошибка ДВ при его комплексировании с ДП_y;

$x_4(k)$ – ошибка СВС (в канале высоты) при ее комплексировании с РВ;

$x_5(k)$ – ошибка СВС (в канале высоты) при ее комплексировании с ДП_y.

В соответствие с полученными результатами анализа погрешностей АМП, матрица коэффициентов, характеризующих динамику изменения ошибок, контролируемых АМП в канале барометрической высоты, запишется в виде

$$\mathbf{F}_H(k) = \begin{bmatrix} -\alpha_H(k) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_{H1}(k) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha_{H1}(k) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{H2}(k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{H2}(k) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где $\alpha_H(k)$ – среднее значение между величинами $\alpha_{H1}(k)$ и $\alpha_{H2}(k)$;

$\alpha_{H1}(k)$ и $\alpha_{H2}(k)$ – величины, обратные времени корреляции для ДВ и СВЧ, определяются по конечной выборке измерений по выражению (4).

Матрица интенсивностей возмущений запишется в виде

$$\mathbf{G}_H(k) = \begin{bmatrix} G_{11(H)}(k) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{22(H)}(k) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{33(H)}(k) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{44(H)}(k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{55(H)}(k) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Диагональные элементы матрицы определяются по выражениям:

$$G_{11(H)}(k) = \frac{1}{2}[\sigma_{H1}(k)\sqrt{2\alpha_{H1}(k)} + \sigma_{H2}(k)\sqrt{2\alpha_{H2}(k)}], \quad (1)$$

2)

$$, G_{22(H)}(k) = G_{33(H)}(k) = \sigma_{H1}(k)\sqrt{2\alpha_{H1}(k)}, \quad (1)$$

3)

$$G_{44(H)}(k) = G_{55(H)}(k) = \sigma_{H2}(k)\sqrt{2\alpha_{H2}(k)}. \quad (1)$$

4)

Числовые значения СКО ($\sigma_{H1}(k)$, $\sigma_{H2}(k)$) определяются после каждого полета по конечным выборкам рассчитанных абсолютных погрешностей, соответствующих АМП, в соответствие с (5) и (6) с последующим пересчетом в единицы высоты и скорости по гипсометрическим формулам или таблицам стандартной атмосферы.

Вектор наблюдений (измерений) запишется в виде

$$\mathbf{z}_H(k) = [z_1(k), z_2(k), z_3(k), z_4(k), z_5(k)]^T, \quad (1)$$

4)

где $z_i(k)$ – «невязки» в измерениях между контролируемыми АМП и «наблюдающими» устройствами, формирование которых происходит после окончания полета по конечным выборкам зарегистрированных в БУР измерений по выражениям:

$$z_1(k) = |H_{61}(k)| - |H_{62}(k)|, \quad (1)$$

5)

$$z_2(k) = |H_{61}(k)| - |H_r(k)|, \quad (1) \quad 6)$$

$$z_3(k) = |H_{61}(k)| - |H'(k)|, \quad (1) \quad 7)$$

$$z_4(k) = |H_{62}(k)| - |H_r(k)|, \quad (1) \quad 8)$$

$$z_5(k) = |H_{62}(k)| - |H'(k)|. \quad (1) \quad 9)$$

где $H_{61}(k)$, $H_{62}(k)$ – зарегистрированные в БУР значения барометрической высоты полета по измерениям ДВ и СВС соответственно;

$H_r(k)$ – зарегистрированные в БУР значения геометрической высоты полета от РВ;

$H'(k)$ – значения абсолютной высоты полета, полученные путем преобразования измеренных ДП_y значений вертикальных перегрузок n_y .

Значения параметра $H'(k)$ определяются путем двойного численного интегрирования вертикальных ускорений $a_y(k)$ в соответствующие дискретные моменты времени полета. При этом значения ускорений $a_y(k)$ вычисляются путем умножения значений вертикальных перегрузок $n_y(k)$ в соответствующие дискретные моменты времени полета на величину ускорения свободного падения (g). Значения вертикальных перегрузок $n_y(k)$ измеряются ДП_y и регистрируются в БУР.

Заметим, что для канала измерения скорости, выражения для параметров математической модели ошибок будут идентичны выражениям (9) – (19), за исключением соответствующих измерений.

Так как предполагается, что «наблюдающие» устройства (РВ, ДИСС, ДП_y, ДП_x) находятся в исправном состоянии, а ошибки АМП характеризуются соответствующими «невязками», то матрицы связи измерений («невязок») с ошибками правомерно записать в виде

$$\mathbf{H}_H(k) = \mathbf{H}_V(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Заметим, что практическая реализация разработанной модели ошибок АМП возможна при выполнении условий:

1. Ошибки АМП в исправном состоянии имеют нормальное распределение, и случайные возмущения, действующие на них, являются независимыми гауссовскими белыми шумами.

2. Поток отказов контролируемых АМП обладает свойствами:

– *ординарности* (вероятность возникновения двух и более неисправностей в течение полета пренебрежительно мала по сравнению с вероятностью возникновения одного отказа, или не возникновения отказа вообще);

– *без последствия* (возникновение неисправности одного из контролируемых АМП или «наблюдающих» устройств не влияет на работоспособность остальных АМП или «наблюдателей»).

3. Параметры погрешностей в измерениях от АМП определяются состоянием атмосферы, скоростью и высотой полета и не зависят от времени полета.

4. Внешние «наблюдающие» устройства, БУР и НУО, являются априорно работоспособными.

Наложение выше приведенных условий является правомерным, так как:

– при анализе погрешностей АМП в соответствие с критерием Пирсона доказано, что 94 % реализаций ошибок АМП из 2168 полетов самолетов типа Су-25 имеют вероятности соответствия нормальному закону распределения не менее 0,98, что является достаточным условием правдоподобия принятой гипотезы [Шоманков, 2013, с. 121];

– свойство *ординарности* потока отказов АМП подтверждается путем анализа опыта технической и летной эксплуатации АМП;

– физические принципы построения, работы и связей между АМП и «наблюдающими» устройствами (в нашем случае РВ, ДИСС, ДП_у и ДП_х) доказывают выполнение условия *без последствия*;

– так как контроль АМП происходит после окончания полета, то неисправности РВ, ДИСС, ДП_y и ДП_x однозначно выявляются по результатам экспресс-анализа в начальной стадии оперативного ОК, а неисправность БУР однозначно выявляется при отсутствии зарегистрированной полетной информации.

Адекватность разработанной математической модели ошибок АМП подтверждается полунатурными экспериментами, целью которых являлось определение ошибок фильтрации и контроль состояний АМП с использованием записей БУР реальных полетов самолетов Су-25. При этом, по алгоритму фильтра Калмана, выполнялось оценивание «невязок» $z_i(k)$ и определялась усредненная ошибка фильтрации по методике, приведенной в [Охрименко, 1990, с. 46–50], значение которой, с учетом зависимостей параметров $\alpha_i(k)$ и $\sigma_{xi}(k)$ от высоты и скорости полета, оказалось на 18 % меньше относительно значения ошибки без учета зависимости параметров $\alpha_i(k)$ и $\sigma_{xi}(k)$ от высоты и скорости полета. Для обеспечения значения относительной погрешности 5 % и доверительной вероятности 0,95 результаты усреднялись по 1537 реализациям [Косачев, 2015, с. 107–134].

При контроле 2168 раз АМП шести самолетов Су-25 практическая сходимость результатов оценки технического состояния с использованием разработанной математической модели с результатами контроля штатной КПА составила 94 % [Шоманков, 2013, с. 122]. При этом, учет зависимостей параметров $\alpha_i(k)$ и $\sigma_{xi}(k)$ от высоты и скорости полета в разработанной математической модели ошибок, позволил повысить практическую достоверность контроля АМП с использованием СОК на 20 % (с 74 до 94 %), что доказывает адекватность и практическую ценность полученных научных результатов.

Таким образом, разработанная математическая модель ошибок АМП может быть использована в системах оптимального оценивания для контроля исправности конкретных АМП и может быть адаптирована для любого типа ВС, с учетом его технических характеристик, количества и особенностей установленного оборудования.

Библиографический список

1. *Браммер К.* Фильтр Калмана-Бьюси / К. Браммер, Г. Зиффлиг; под. ред. И. Е. Казакова. М.: Наука, 1982. 200 с.
2. *Гришин Ю. П.* Динамические системы, устойчивые к отказам / Ю. П. Гришин, Ю. М. Казаринов. М: Радио и связь, 1985. 176 с.
3. *Иванов Ю. П.* Комплексирование информационно-измерительных устройств летательных аппаратов / Ю. П. Иванов, А. Н. Синяков, И. В. Филатов. Л.: Машиностроение, 1984. 206 с.
4. *Колодежный Л. П.* Надежность и техническая диагностика / Л. П. Колодежный, А. В. Черnodаров. Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», 2010. 451 с.
5. *Косачев, И. М.* Методики расчета показателей достоверности и точности оцениваемых тактико-технических характеристик вооружения, военной и специальной техники / И. М. Косачев, Д. С. Нефедов // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2015. № 1 (46). С. 107–134.
6. *Лебедев А. В.* Пилотажно-навигационные комплексы. М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1985. 279 с.
7. *Охрименко А. Е.* Основы обработки и передачи информации. Минск: МВИЗРУ ПВО, 1990. 180 с.
8. *Шоманков Д. А.* Диагностическая модель канала измерения барометрической высоты полета воздушного судна по информации средств объективного контроля / Д. А. Шоманков, В. Р. Вашкевич // Сб. науч. ст. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2013. № 24. С. 114–122.

References

1. *Brammer K.* The Kalman-Bucy Filter / K. Brammer, G. Ziffli; edited by I.E. Kazakov. M.: Nauka, 1982. 200 p. (in Russian)
2. *Grishin Ju.P.* Dynamic systems resistible to rejection / Ju.P. Grishin, Ju.M. Kazarinov. M.: Radio and Communication, 1985. 176 p. (in Russian)
3. *Ivanov Ju.P.* Integrated Information-measuring devices of aircrafts / Ju. P. Ivanov, A.N. Sinjakov, I.V. Filatov. L.: Engineering Manufacture, 1984. 206 p. (in Russian)
4. *Kolodezhnyj L.P.* Reliability and technical diagnostics / L.P. Kolodezhnyj, A.V. Chernodarov. Voronezh: The Military Scientific and Training Center of the Air Force «Air Force Academy named after prof. N.E. Zhukovskij and Ju. A. Gagarin», 2010. 451p. (in Russian)
5. *Kosachev, I. M.* The methods of calculating the certainty and accuracy figures of the evaluated performance specifications of the military and special purpose vehicles / I.M. Kosachev,

D. S. Nefedov // The Bulletin of Military Academy of the Republic of Belarus. 2015. № 1 (46). P. 107–134. (in Russian)

6. *Lebedev A.V.* Aircraft instrumentation. M.: Air Force Engineering Academy named after prof. N.E. Zhukovskij, 1985. 279 p. (in Russian)

7. *Ohrimenko A. E.* The basics of information processing and transmission. Minsk: Minsk Higher Engineering School of Anti-Aircraft Missile Defense. Air Defence. 1990. 180 p. (in Russian)

8. *Shomankov D.A.* The diagnostic mode of the measurement channel of barometric altitude according to the objective control means / D.A. Shomankov, V.R. Vashkevich // The collection of scientific papers of Military Academy of the Republic of Belarus. 2013. № 24. P. 114–122. (in Russian)