

**УДК 621.396.98**

**ББК 32.95**

**К438**

**В. В. Кирюшкин**

Воронеж, Россия

**Е. А. Дьяконов**

Воронеж, Россия

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ  
ВОЗДУШНОЙ ЦЕЛИ В СПУТНИКОВОЙ-ПСЕВДОСПУТНИКОВОЙ  
МНОГОПОЗИЦИОННОЙ СИСТЕМЕ НАБЛЮДЕНИЯ**

В настоящей работе проведено исследование точности определения координат воздушной цели в многопозиционной системе наблюдения, использующей для подсвета воздушных целей сигналы навигационных спутников глобальной навигационной спутниковой системы и сигналы псевдоспутников. Показано, что использование сигналов псевдоспутников позволяет в 8–10 раз уменьшить пиковую и в 2–3 раза среднюю погрешность измерения координат воздушной цели в спутниковой многопозиционной системе наблюдения.

**Ключевые слова:** глобальная навигационная спутниковая система, многопозиционная система наблюдения, погрешность измерения координат, зона действия.

**V. V. Kiryushkin**

**Voronezh, Russia**

**E. A. D'yakonov**

**Voronezh, Russia**

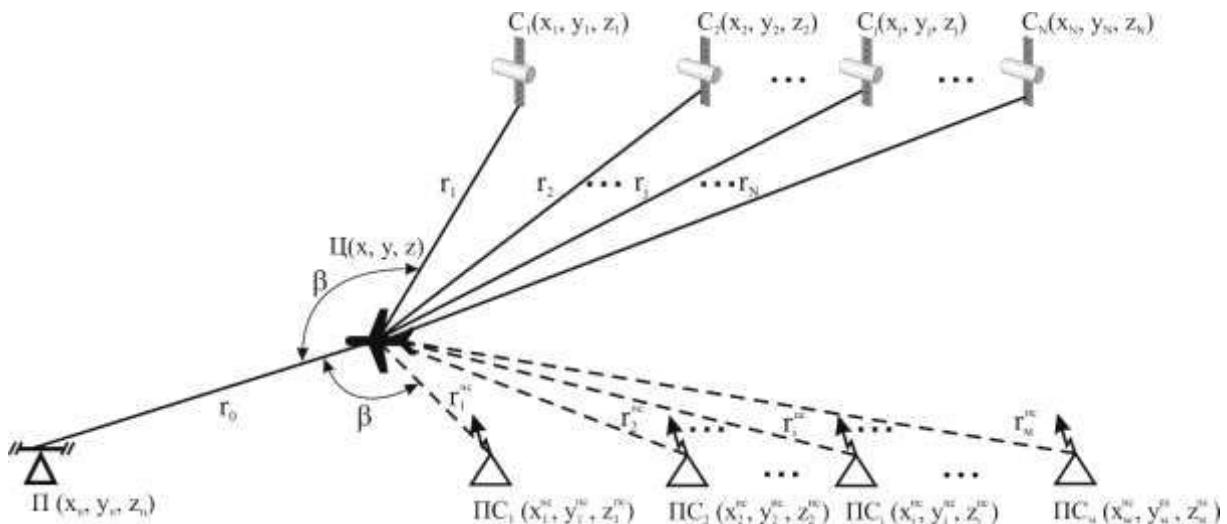
**A STUDY OF THE ACCURACY OF THE DEFINITION OF COORDINATES**

# OF AIR TARGETS IN SATELLITE-PSEUDOLITE MULTIPOSITIONAL SURVEILLANCE SYSTEM

The article describes the study of the accuracy of determination of coordinates of air targets in multipositional surveillance system using the signals of navigation satellites of global navigation satellite systems and pseudolite signals to illuminate air targets. It is shown that the use of pseudolite signals allows to reduce the peak error 8-10 times and decrease the average error of measurement of coordinates of air targets 2-3 times in a multipositional satellite surveillance system.

**Key words:** global navigation satellite system, multipositional surveillance system, the error of measurement of coordinates, operating zone.

В многопозиционной системе наблюдения (рис. 1), использующей для подсвета воздушных целей сигналы навигационных спутников глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС)  $C_j$  ( $j=1, 2, \dots, N$ , где  $N \geq 4$ ) с координатами  $(x_j, y_j, z_j)$  [Kiryushkin, 2016] и сигналы псевдоспутников  $\Pi C_i$  ( $i=1, 2, \dots, M$ ) с координатами  $(x_i^{\Pi C}, y_i^{\Pi C}, z_i^{\Pi C})$  в наземном приемнике  $\Pi$  с известными координатами  $(x_{\Pi}, y_{\Pi}, z_{\Pi})$ , наряду с навигационными сигналами прямого распространения принимаются сигналы, рассеянные воздушной целью  $\mathbb{C}$  с неизвестными координатами  $(x, y, z)$ , находящейся в зоне действия многопозиционной системы наблюдения.



*Рис. 1.* Многопозиционная система наблюдения «навигационные спутники/псевдоспутники – воздушная цель – наземный приемник»

Навигационные сигналы, рассеянные воздушной целью, выделяют на фоне навигационных сигналов прямого распространения одним из оценочно-корреляционно-компенсационных методов [Кирюшкин, 2016 а]. По рассеянным сигналам осуществляется измерение дальностей  $r_j^P$  вдоль пути распространения « $j$ -й навигационный спутник – воздушная цель – наземный приемник»

$$r_j^S = r_j + r_0 + \varepsilon, \quad (1)$$

где  $r_j = \left[ (x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2 \right]^{1/2}$  – дальность пути « $j$ -й навигационный спутник – воздушная цель»,  $r_0 = \left[ (x_{II} - x)^2 + (y_{II} - y)^2 + (z_{II} - z)^2 \right]^{1/2}$  – дальность пути «воздушная цель – наземный приемник»;  $\varepsilon$  – случайная погрешность измерения дальности, и измерение дальностей  $r_i^{PS}$  вдоль пути распространения « $i$ -й псевдоспутник – воздушная цель – наземный приемник»

$$r_i^{PS} = r_i^{PC} + r_0 + \varepsilon, \quad (2)$$

где  $r_i^{PC} = \left[ (x_i^{PC} - x)^2 + (y_i^{PC} - y)^2 + (z_i^{PC} - z)^2 \right]^{1/2}$  – дальность пути « $i$ -й псевдоспутник – воздушная цель».

В канале вторичной обработки приемника на основе измеренных дальностей  $r_j^S$  и  $r_i^{PS}$  с использованием разностно-дальномерного метода и метода наименьших квадратов определяются неизвестные координаты воздушной цели. Для этого одно из измерений, например, измерение для 1-го спутника, выбирается в качестве опорного и вычитается из измерений сигналов всех остальных спутников и псевдоспутников.

Тогда для  $N$  спутников, для которых выполняется условие просветной радиолокации (значение бистатического угла лежит в пределах  $\beta = 130 - 180^\circ$  [Черняк, 1993], см. *рис. 1*), получают систему из  $N-1$  уравнений

$$\Delta r_{j1}^S = r_j^S - r_1^S + \varepsilon, \quad (3)$$

где  $j = 2, 3, \dots, N$  – номер спутника;  $\Delta r_{j1}^P$  – разность измеренных дальностей от цели до  $j$ -го и до 1-го навигационных спутников.

Соответственно, для  $M$  псевдоспутников, для которых выполняется условие просветной радиолокации, получают систему из  $M$  уравнений

$$\Delta r_{i1}^{PS} = r_i^{PS} - r_1^S + \varepsilon, \quad (4)$$

где  $i = 1, 2, \dots, M$  – номер псевдоспутника;  $\Delta r_{i1}^{PS}$  – разность измеренных дальностей от цели до  $i$ -го псевдоспутника и до 1-го навигационного спутника.

Для решения полученной системы нелинейных уравнений воспользуемся итерационным методом наименьших квадратов [Шабшеевич, 1982], для чего запишем системы нелинейных уравнений (3) и (4) в обобщенном виде

$$\mathbf{R}_s = \mathbf{R}_s(\mathbf{q}, \mathbf{Q}_s), \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_{PS} = \mathbf{R}_{PS}(\mathbf{q}, \mathbf{Q}_{PS}), \quad (6)$$

где  $\mathbf{R}_s$  –  $(N-1)$ -мерный вектор измерений разностей дальностей до спутников;  $\mathbf{R}_{PS}$  –  $M$ -мерный вектор измерений разностей дальностей до псевдоспутников;  $\mathbf{q} = [x \ y \ z]^T$  – вектор истинных координат воздушной цели;  $\mathbf{Q}_s$  – матрица координат навигационных спутников;  $\mathbf{Q}_{PS}$  – матрица координат псевдоспутников.

Результирующий  $(N+M-1)$ -мерный вектор  $\mathbf{R}$  измерений разностей дальностей определяется как

$$\mathbf{R} = [\mathbf{R}_s \mathbf{R}_{PS}]^T, \quad (7)$$

а результирующее уравнение измерений в матричном виде запишется

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{q}, \mathbf{Q}), \quad (8)$$

где  $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_s \mathbf{Q}_{PS}]^T$  – общая матрица координат навигационных маяков (спутников и псевдоспутников).

Решение уравнения (8) представляет собой процесс многократной (итерационной) обработки результатов навигационных измерений [Шабшеевич, 1982]:

$$\hat{\mathbf{q}}_k = \hat{\mathbf{q}}_{k-1} + (\mathbf{C}_{k-1}^T \mathbf{P} \mathbf{C}_{k-1})^{-1} \mathbf{C}_{k-1}^T \mathbf{P} \delta \mathbf{R}_{k-1}, \quad (9)$$

где  $\hat{\mathbf{q}}_{k-1} = (\hat{x}_{k-1}, \hat{y}_{k-1}, \hat{z}_{k-1})^T$  – оценка вектора координат цели на  $k-1$  итерации вычислений;  $\delta\mathbf{R}_{k-1} = \mathbf{R} - \hat{\mathbf{R}}_{k-1}$  – вектор разностей (невязок) измеренных  $\mathbf{R}$  и рассчитанных на  $k-1$  итерации  $\hat{\mathbf{R}}_{k-1}$  разностей дальностей;  $\mathbf{C}_{k-1}$  – матрица наблюдений;  $\mathbf{P}$  – матрица, обратная корреляционной матрице погрешностей измерений дальностей.

Для бистатических разностно-дальномерных измерений элементы вектора невязок  $\delta\mathbf{R}_{k-1}$  будут вычисляться по формулам (10) – для  $j$ -го спутника и (11) – для  $i$ -го псевдоспутника:

$$\delta(\Delta r_{j1,k-1}^S) = \Delta r_{j1}^S - \hat{r}_{j,k-1}^S + \hat{r}_{1,k-1}^S, \quad (10)$$

$$\delta(\Delta r_{j1,k-1}^{PS}) = \Delta r_{j1}^{PS} - \hat{r}_{j,k-1}^{PS} + \hat{r}_{1,k-1}^S, \quad (11)$$

где

$$\hat{r}_{j,k-1}^S = \left[ (x_j - \hat{x}_{k-1})^2 + (y_j - \hat{y}_{k-1})^2 + (z_j - \hat{z}_{k-1})^2 \right]^{1/2}, \quad (12)$$

$$\hat{r}_{1,k-1}^S = \left[ (x_1 - \hat{x}_{k-1})^2 + (y_1 - \hat{y}_{k-1})^2 + (z_1 - \hat{z}_{k-1})^2 \right]^{1/2}, \quad (13)$$

$$\hat{r}_{i,k-1}^{PS} = \left[ (x_i^{PC} - \hat{x}_{k-1})^2 + (y_i^{PC} - \hat{y}_{k-1})^2 + (z_i^{PC} - \hat{z}_{k-1})^2 \right]^{1/2}. \quad (14)$$

Матрица наблюдений  $\mathbf{C}_{k-1}$  имеет размерность  $(N+M-1) \times 3$  и определяется следующим образом

$$\mathbf{C}_{k-1} = \left[ \mathbf{C}_{21,k-1}^S \dots \mathbf{C}_{j1,k-1}^S \dots \mathbf{C}_{N1,k-1}^S \dots \mathbf{C}_{(N+i)1,k-1}^{PS} \dots \mathbf{C}_{(N+M)1,k-1}^{PS} \right]^T, \quad (15)$$

$$\mathbf{C}_{j1,k-1}^S = \begin{bmatrix} (\cos \alpha_j^S - \cos \alpha_1^S) & (\cos \beta_j^S - \cos \beta_1^S) & (\cos \gamma_j^S - \cos \gamma_1^S) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\cos \alpha_j^S = \frac{x_j - \hat{x}_{k-1}}{\hat{r}_{j,k-1}^S}; \quad \cos \beta_j^S = \frac{y_j - \hat{y}_{k-1}}{\hat{r}_{j,k-1}^S}; \quad \cos \gamma_j^S = \frac{z_j - \hat{z}_{k-1}}{\hat{r}_{j,k-1}^S}, \quad (17)$$

$$\cos \alpha_1^S = \frac{x_1 - \hat{x}_{k-1}}{\hat{r}_{j,k-1}^S}; \quad \cos \beta_1^S = \frac{y_1 - \hat{y}_{k-1}}{\hat{r}_{j,k-1}^S}; \quad \cos \gamma_1^S = \frac{z_1 - \hat{z}_{k-1}}{\hat{r}_{j,k-1}^S}, \quad (18)$$

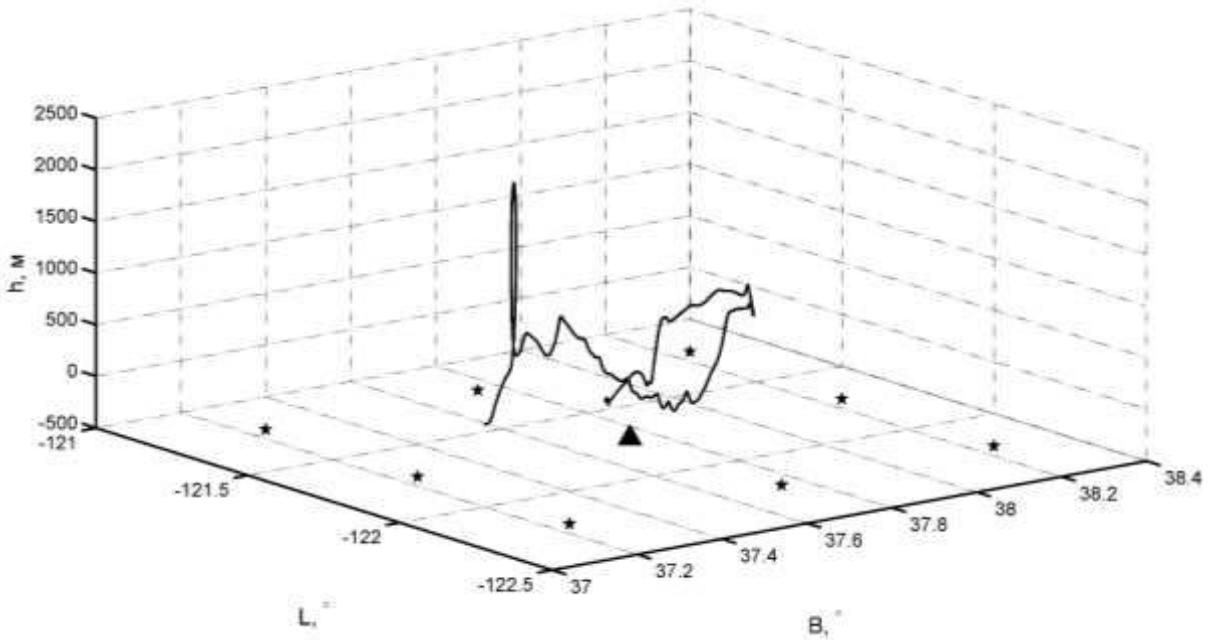
$$\mathbf{C}_{(N+i)1,k-1}^{PS} = \begin{bmatrix} (\cos \alpha_i^{PS} - \cos \alpha_1^S) & (\cos \beta_i^{PS} - \cos \beta_1^S) & (\cos \gamma_i^{PS} - \cos \gamma_1^S) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\cos \alpha_i^{PS} = \frac{x_i^{PC} - \hat{x}_{k-1}}{\hat{r}_{i,k-1}^{PS}} ; \quad \cos \beta_i^{PS} = \frac{y_i^{PC} - \hat{y}_{k-1}}{\hat{r}_{i,k-1}^{PS}} ; \quad \cos \gamma_i^{PS} = \frac{z_i^{PC} - \hat{z}_{k-1}}{\hat{r}_{i,k-1}^{PS}} . \quad (20)$$

Точность оценки вектора  $\hat{\mathbf{q}}$  координат воздушной цели определяется корреляционной матрицей погрешностей [Шабшеевич, 1982]:

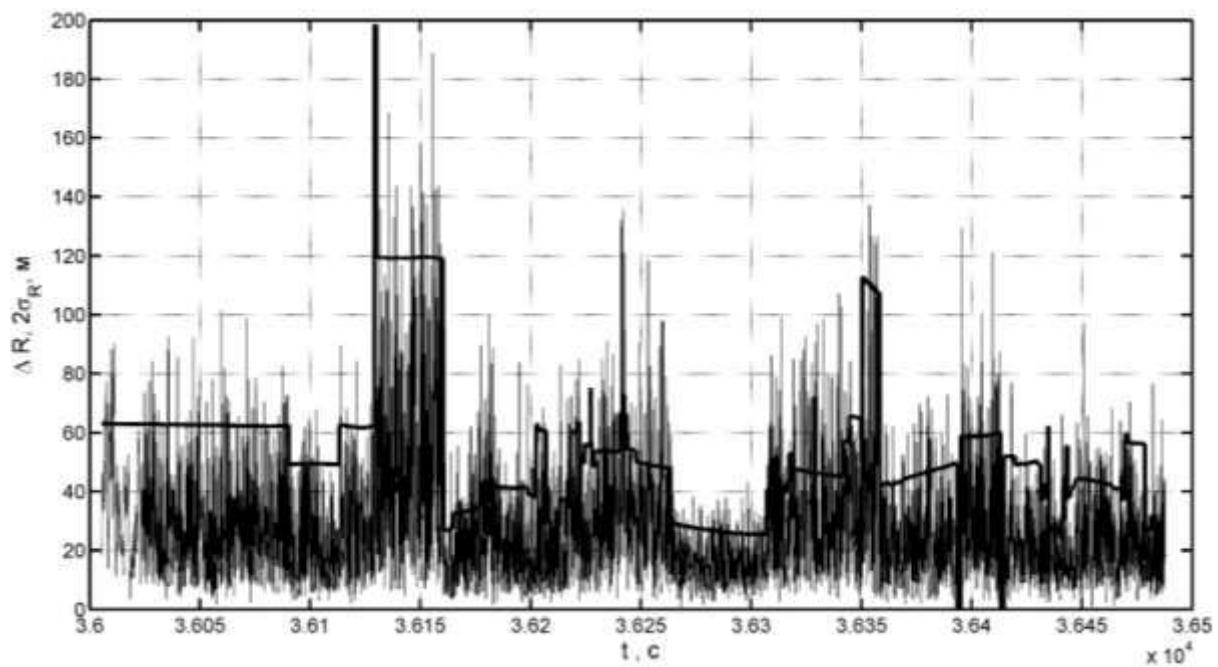
$$\mathbf{K}_q = (\mathbf{C}_{k-1}^T \mathbf{P} \mathbf{C}_{k-1})^{-1} . \quad (21)$$

Описанный алгоритм реализован в среде программирования MATLAB. Исследование проводилось для истинной траектории воздушной цели, сформированной в среде авиасимулятора FlightGear и показанной на *рис. 2* сплошной кривой. Жирным треугольником на *рис. 2* обозначен наземный приемник, а звездочками – псевдоспутники. Среднеквадратическое отклонение (СКО) ошибки разностно-дальномерных измерений было выбрано  $\sigma_\varepsilon = 5$  м и считалось постоянным на протяжении всего сеанса измерений.



*Рис. 2.* Геометрия численного эксперимента

Результаты проведенного численного эксперимента показаны на *рис. 3* в виде временной зависимости абсолютной радиальной погрешности формируемой оценки координат  $\Delta R = [\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2]^{1/2}$  и СКО формируемой оценки  $2\sigma_R$  (жирная линия), где  $\Delta x = \hat{x} - x$ ,  $\Delta y = \hat{y} - y$ ,  $\Delta z = \hat{z} - z$ ,  $\sigma_R = [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2]^{1/2}$ ,  $\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2$  – элементы формируемой корреляционной матрицы  $\mathbf{K}_q$  погрешностей.



*Рис. 3.* Временная зависимость радиальной погрешности оценки местоположения воздушной цели с использованием псевдоспутников

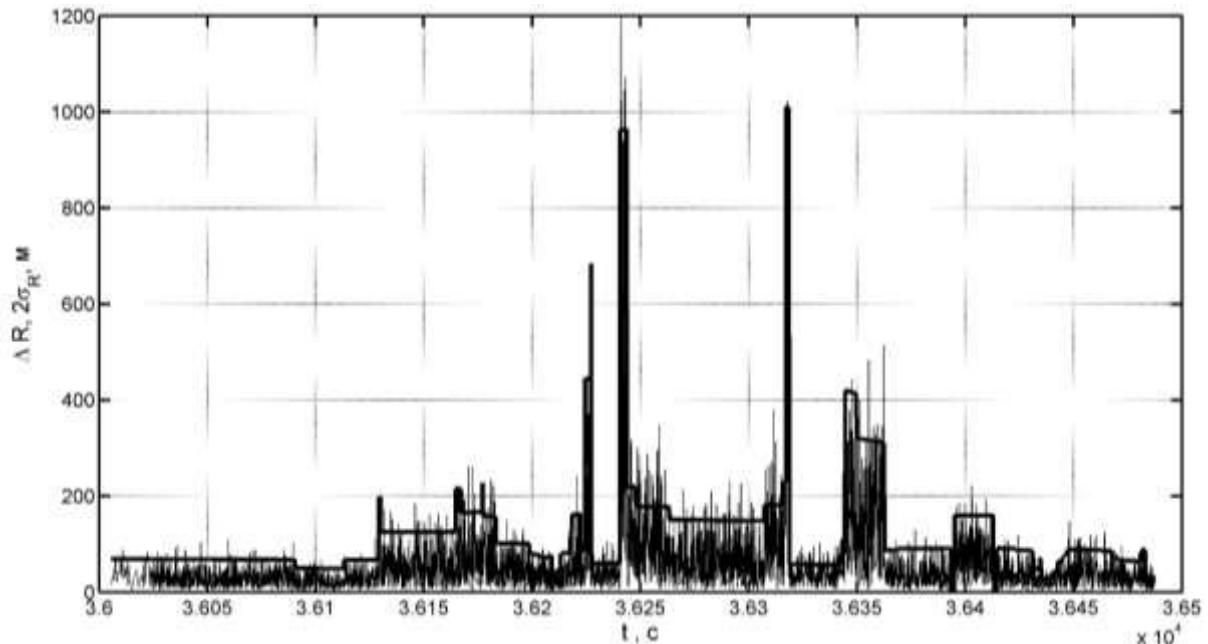
Аналогичные зависимости, полученные без использования псевдоспутников [Кирюшкин, 2016 б], показаны на *рис. 4*.

Анализ *рис. 3–4* показывает, что использование сигналов псевдоспутников дополнительно с сигналами навигационных спутников позволяет в 8–10 раз уменьшить пиковую и в 2–3 раза среднюю погрешность измерения координат воздушной цели.

Однако и в первом и во втором случае точность формируемых оценок варьируется в очень широких пределах, от единиц до сотен метров, что связано с изменением геометрических условий наблюдения.

В соответствии с [Кирюшкин, 2016 в] решающим условием в увеличении значения геометрического фактора в полученной системе наблюдения является количество и взаимное расположение спутников, попадающих в узкий диапазон телесных углов, образуемых конусом с вершиной в точке расположения приемника и центром основания, совпадающим с местом положения воздушной цели. При этом значение телесного угла конуса определяется бистатическими услови-

ями ( $\beta_{\min} = 130^\circ$ ), а положение конуса будет изменяться в процессе полета воздушной цели. Такой конус можно рассматривать как «луч диаграммы направленности антенны» полученной системы наблюдения.



*Рис. 4.* Временная зависимость радиальной погрешности оценки местоположения воздушной цели без использования псевдоспутников

Для оценки зоны действия полученной системы наблюдения было зафиксировано время эксперимента  $t_0 = 2000$  с и высота полета цели  $h = 2000$  м. Изменяя азимут  $\phi$  и угол места  $\theta$  наблюдения цели из места положения наземного приемника и определяя истинные координаты цели  $(x, y, z)$  как точку пересечения «луча диаграммы направленности антенны» с плоскостью на высоте  $h$ , для каждого значения азимута  $\phi$  было получено значение минимального угла места  $\theta$ , при котором выполняются бистатические условия наблюдения и возможна оценка координат цели предложенным способом. Полученные зоны действия показаны на *рис. 5*.

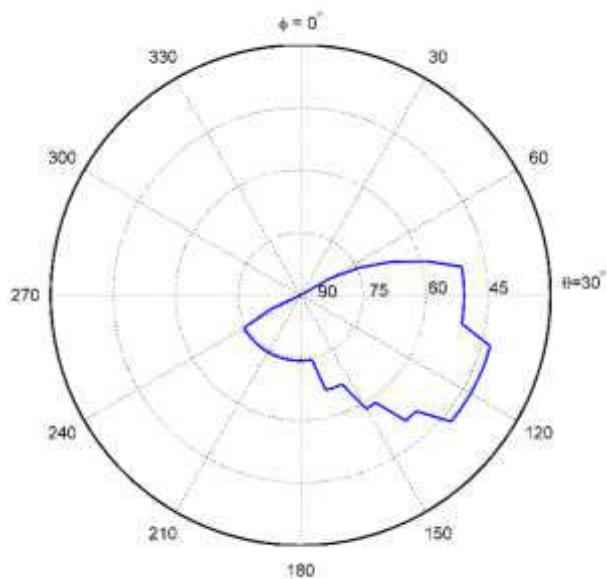
Анализ *рис. 5* показывает, что использование спутников только одной ГНСС ГЛОНАСС позволяет успешно оценивать координаты воздушной цели только в узком диапазоне азимутов и углов места (для рассмотренного момента времени соответственно  $80^\circ$ – $160^\circ$  и  $45^\circ$ – $90^\circ$ , см. *рис. 5, а*).

Увеличение орбитальной группировки навигационных спутников позволяет существенно расширить зону действия системы наблюдения. Так, при использовании

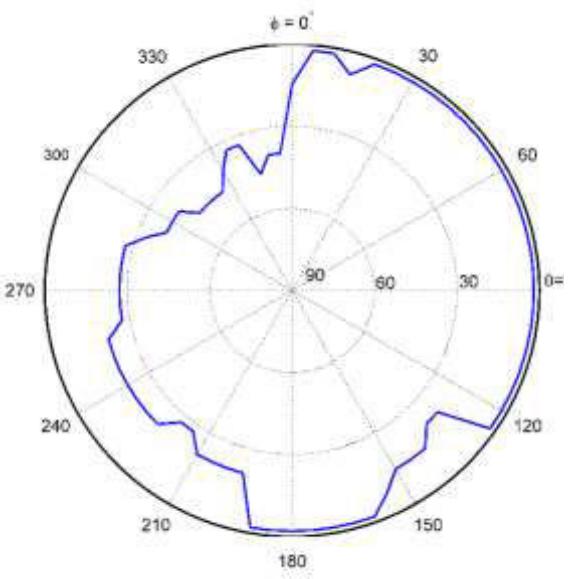
двух систем ГЛОНАСС и GPS обеспечивается успешное определение координат воздушной цели, наблюдаемой на всех азимутах, однако в диапазоне азимутов  $190^\circ$ – $360^\circ$  зона действия ограничена минимальными значениями угла места  $30^\circ$ – $45^\circ$  (*рис. 5, б*).

При использовании полной перспективной группировки навигационных спутников ГНСС ГЛОНАСС, GPS, GALILEO и COMPASS минимальные значения угла места уменьшаются до  $15^\circ$ – $30^\circ$  (*рис. 5, в*).

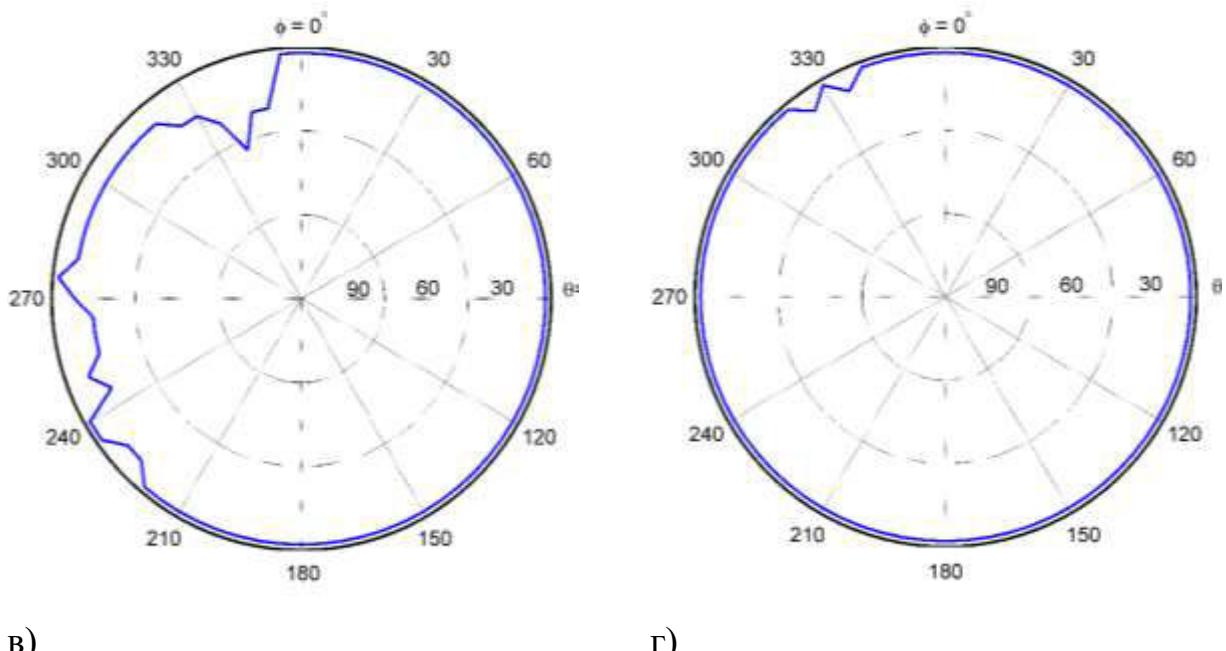
Использование дополнительно к полной группировке спутников восьми псевдо-спутников позволяет расширить зону действия многопозиционной системы наблюдения практически до полусфера (*рис. 5, г*).



а)



б)



*Рис. 5. Зоны действия многопозиционной системы наблюдения, использующей сигналы:*

- а) спутников ГЛОНАСС; б) спутников ГЛОНАСС и GPS; в) спутников ГЛОНАСС, GPS, GALILEO и COMPASS; г) спутников ГЛОНАСС, GPS, GALILEO и COMPASS и 8 псевдоспутников

### **Библиографический список**

1. Кирюшкин В. В. Способ обнаружения и оценки радионавигационных параметров сигнала космической системы навигации, рассеянного воздушной целью, и устройство его реализации / В. В. Кирюшкин, Д. А. Черепанов, А. А. Дисенов, С. С. Ткаченко // Заявка №2014101847 (002722) от 21.01.2014 г. Патент №2591052 от 17.06.2016 а.
2. Кирюшкин, В. В. Определение координат воздушной цели в многопозиционной системе наблюдения «навигационные спутники – воздушная цель – наземный приемник» / В. В. Кирюшкин, Д. А. Черепанов, Е. А. Дьяконов // Теория и техника радиосвязи. № 2. 2016 в. С. 29–35.
3. Кирюшкин В. В. Влияние геометрических условий наблюдения на возможность и точность оценки координат воздушной цели в многопозиционной системе «навигационные спутники – воздушная цель – наземный приемник» / В. В. Кирюшкин, Д. А. Черепанов, В. И. Костылев // Радиолокация, навигация и связь: XXII международная научно-техническая конференция. Воронеж. 2016 б. Т. 2. С. 1395–1408.
4. Черняк В. С. Многопозиционная радиолокация / В. С. Черняк. М.: Радио и связь, 1993. 416 с.
5. Шабшевич В. С. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / Под ред. П. П. Дмитриева, В. С. Шабшевича. М.: Радио и связь, 1982. 272 с.

6. *Kiryushkin V.V. Coordinates estimation of the air target in the multiitem observation system «navigation satellites – the air target – the ground receiver» / Kiryushkin V.V., Cherepanov D.A. // J. Sib. Fed. Univ. Eng. technol. 2016. 9(8). P. 1172-1182. DOI: 10.17516/1999-494X-2016-9-8-1172-1182.*

## References

1. Kiryushkin, V. V. (2016). The method of detection and evaluation of navigation parameters of the signal space navigation systems, ambient due to the air target, and device for its implementation / V. V. Kiryushkin,, D. A. Cherepanov, A. A. Disenov, S. S. Tkachenko // Application No. 2014101847 (002722) from 21.01.2014 G. Patent No. 2591052 from 17.06.2016. (In Russian).
2. Kiryushkin, V. V. (2016). Determination of coordinates of air targets in the multipositional surveillance system "navigation satellites – aerial target – ground-receiver" / V. V. Kiryushkin, D. A. Cherepanov, Ye.A. D'yakonov // Theory and technique of radio communication. No. 2. 2016 V. P. 29-35. (In Russian).
3. Kiryushkin, V. V. (2016). Influence of geometrical conditions of observation and the accuracy of the estimation of coordinates of air targets in a multi-positional system "navigation satellites – aerial target – ground-receiver" / V. V. Kiryushkin, D. A. Cherepanov, V. I. Kostylev // Radar, navigation and communication: XXII international scientific-technical conference. Voronezh. 2016 b. Vol. 2. P. 1395-1408. (In Russian).
4. Chernyak, V. S. (1993). Multipositional radiolocation / V. S. Chernyak. Moscow: Radio and communication, 1993. 416 p. (In Russian).
5. Shabsheyevich V. S. (1982). Network satellite navigation system / Ed. by P. P. Dmitriev, V. S. Shabsheyevich. Moscow: Radio and communication, 1982. 272 p. (In Russian).
6. *Kiryushkin V.V. Coordinates estimation of the air target in the multiitem observation system «navigation satellites – the air target – the ground receiver»/ Kiryushkin V.V., Cherepanov D.A. //J. Sib. Fed. Univ. Eng. technol. 2016. 9(8). P. 1172-1182. DOI: 10.17516/1999-494X-2016-9-8-1172-1182.*