

УДК 621.396.98

ББК 39.57-5

К438

В. В. Кирюшкин

Воронеж, Россия

А. В. Супрунов

Воронеж, Россия

ТОЧНОСТЬ АЛГОРИТМА ВТОРИЧНОЙ ОБРАБОТКИ НАВИГАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ ГЛОБАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОН- НОЙ СПУТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ДАЛЬНОМЕРНО-ДО- ПЛЕРОВСКОГО РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА

В настоящей работе проведено исследование динамики ошибки алгоритма вторичной обработки навигационных сигналов глобальной навигационной спутниковой системы на основе расширенного фильтра Калмана. Показано, что на этапах интенсивного маневрирования погрешность определения местоположения высокодинамичного потребителя увеличивается до 1,5 раз. Предположительно причиной этому является несоответствие модели динамики объекта, заложенной в оптимальном линейном фильтре, реальной динамике движения потребителя.

Ключевые слова: глобальная навигационная спутниковая система, высокодинамичный потребитель, расширенный фильтр Калмана, погрешность измерения координат.

V. V. Kiryushkin

Voronezh, Russia

A. V. Suprunov

Voronezh, Russia

PRECISION OF THE SECONDARY PROCESSING ALGORITHM

OF NAVIGATION SIGNALS OF THE GLOBAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEM BASED ON RHO-RHO NAVIGATION-DOPPLER EXTENDED KALMAN FILTER

The authors conduct a research of the error dynamics of the algorithm of the secondary processing of navigation signals of the global navigation satellite system based on extended Kalman filter. The article shows that at the stages of intense maneuvering the accuracy of a certain positioning of a highly dynamic consumer increases to 1.5 times. Presumably the reason for this is the mismatch of the dynamic model of the object, embedded in the optimal linear filter and real dynamics of users' movements.

Key words: global navigation satellite system, highly fluid consumer, extended Kalman filter, measurement error of coordinates.

В настоящей работе исследована динамика ошибки и пути повышения точности оценки вектора состояния высокоманевренного воздушного судна (ВС), получаемой на выходе двухэтапного алгоритма обработки сигналов глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС), использующего в качестве сглаживающего фильтра вторичной обработки расширенный фильтр Калмана, реализующий модель Зингера третьего порядка [Singer, 1970; Абдалла, 2013; Brown, 1997] и ее модификации [Li, 2004].

Модель динамики ВС

В качестве модели динамики могут быть использованы различные линейные модели [Li, 2003; Li, 2004; Helpferty, 1996]. Согласно модели Зингера третьего порядка [Singer, 1970], уравнение движения ВС в дискретном виде с шагом дискретизации T для j -го момента времени имеет вид

$$\mathbf{q}_j = \Phi(T, \alpha) \mathbf{q}_{j-1} + \mathbf{u}_j, \quad (1)$$

где $\mathbf{q}_j = [x, y, z, v_x, v_y, v_z, a_x, a_y, a_z]^T$ – вектор состояния ВС (координаты, проекции скорости и проекции ускорения) в j -й момент времени в прямоугольной геоцентрической системе координат $OXYZ$;

$\Phi(T, \alpha)$ – переходная матрица состояния ВС, для одной координаты имеющая вид:

$$\Phi(T, \alpha) = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{\alpha^2}[-1 + \alpha T + e^{-\alpha T}] \\ 0 & 1 & \frac{1}{\alpha}[1 - e^{-\alpha T}] \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где α – величина, обратная постоянной времени маневра (ширина спектра траекторных флуктуаций) по соответствующей координате;

$\mathbf{u}_j$ – аддитивный дискретный белый гауссовский шум вектора состояния с ковариационной матрицей

$$\mathbf{U}_j = E[\mathbf{u}_j \mathbf{u}_j^T] = 2\alpha\sigma_a^2 \begin{bmatrix} v_{11} & v_{21} & v_{31} \\ v_{12} & v_{22} & v_{32} \\ v_{13} & v_{23} & v_{33} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где σ_a^2 – дисперсия ускорения ВС:

$$v_{11} = \frac{1}{2\alpha^5} \left[1 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T + \frac{2\alpha^3 T^3}{3} - 2\alpha^2 T^2 - 4\alpha T e^{-\alpha T} \right];$$

$$v_{12} = v_{21} = \frac{1}{2\alpha^4} \left[e^{-\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T} + 2\alpha T e^{-\alpha T} - 2\alpha T + \alpha^2 T^2 \right];$$

$$v_{13} = v_{31} = \frac{1}{2\alpha^3} \left[1 - e^{-2\alpha T} - 2\alpha T e^{-\alpha T} \right];$$

$$v_{22} = \frac{1}{2\alpha^3} \left[4e^{-\alpha T} - 3e^{-2\alpha T} + 2\alpha T \right];$$

$$v_{23} = v_{32} = \frac{1}{2\alpha^2} \left[e^{-\alpha T} + 1 - e^{-2\alpha T} \right];$$

$$v_{33} = \frac{1}{2\alpha} \left[1 - e^{-2\alpha T} \right].$$

Модель навигационных измерений

Уравнение i -го канала измерения дальности и радиальной скорости в аппаратуре потребителей (АП) ГНСС имеет вид [Перов, Харисов, 2010]:

$$\dot{r}_i = r_i^{-1} \left[(x_{ci} - x)(v_{xci} - v_x) + (y_{ci} - y)(v_{yci} - v_y) + (z_{ci} - z)(v_{zci} - v_z) \right] + \quad (4)$$

$$+ \delta \dot{r}_\varphi + \dot{\omega}_{si} + \dot{\omega}_{ri} \quad , \quad (5)$$

где $r_{0i} = \left[(x_{ci} - x)^2 + (y_{ci} - y)^2 + (z_{ci} - z)^2 \right]^{1/2}$ – истинное значение дальности от ВС до i -го навигационного спутника (НС);

x, y, z, v_x, v_y, v_z – координаты и составляющие скорости ВС;

$x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}, v_{xci}, v_{yci}, v_{zci}$ – координаты и составляющие скорости i -го НС;

$\delta r_\varphi, \delta \dot{r}_\varphi$ – поправка к дальности и радиальной скорости из-за расхождения фаз и частот генераторов АП и НС;

$\omega_{si}, \dot{\omega}_{si}$ – систематические погрешности измерения радионавигационного параметра дальности и радиальной скорости;

$\omega_{ri}, \dot{\omega}_{ri}$ – случайные погрешности измерения радионавигационного параметра дальности и радиальной скорости.

Считая шкалы времени приемника и спутников синхронными и учитывая, что в дифференциальном режиме работы при малых пространственных и временных отклонениях измерений АП от измерений ККС [Перов, Харисов, 2010; Рындяев, 2009] систематические погрешности измерений $\omega_{si}, \dot{\omega}_{si}$ стремятся к нулю, из (4) и (5) обобщенное уравнение наблюдения для всех N спутников, находящихся в зоне радиовидимости АП, можно представить в виде нелинейного уравнения

$$\mathbf{R}_j = \Psi(\mathbf{q}_j, \mathbf{Q}_j) + \mathbf{w}_j, \quad (6)$$

где $\mathbf{R}_j$ – $2N$ -мерный вектор измерения;

$\mathbf{w}_j$ – $2N$ -мерный вектор шумов измерения с ковариационной матрицей

$$\mathbf{W}_j = E[\mathbf{w}_j \mathbf{w}_j^T];$$

$\mathbf{Q}_j = [x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}, v_{xci}, v_{y_{ci}}, v_{z_{ci}}]^T$ – вектор состояния НС в j -й момент времени.

Линеаризуя выражение (6), получим уравнение наблюдения в виде

$$\mathbf{R}_j = \mathbf{R}_j(\hat{\mathbf{q}}_j, \mathbf{Q}_j) + \mathbf{C}_j \cdot (\mathbf{q}_j - \hat{\mathbf{q}}_j) + \mathbf{w}_j, \quad (7)$$

где $\mathbf{C}_j = [\partial \mathbf{R} / \partial \mathbf{q}] \mathbf{I}_{(\mathbf{q}_j = \hat{\mathbf{q}}_j)}$ – матрица наблюдения; $\hat{\mathbf{q}}_j$ – оценка вектора состояния ВС в j -й момент времени.

Алгоритм расширенного фильтра Калмана

Запишем уравнения оптимального линейного фильтра первого порядка, (расширенного фильтра Калмана) [Bar-Shalom, 2001; Grafarend, 1996] на основе линеаризованной системы уравнений (1) и (7).

Для формирования на $(j+1)$ -й момент времени сглаженной оценки вектора состояния $\mathbf{q}_{j+1}^*$ и корреляционной матрицы погрешностей $\mathbf{K}_{q(j+1)}$ формируемой оценки на основании оценки $\mathbf{q}_j^*$ и корреляционной матрицы погрешностей $\mathbf{K}_{qj}$, полученных на j -й момент времени, необходимо выполнить следующие операции [Дмитриев, Шабшеевич, 1982; Абдалла, 2013]:

- на основании модели движения ВС (2) вычислить экстраполированное значение вектора оцениваемых параметров $\hat{\mathbf{q}}_{j+1}$ на $(j+1)$ -й момент времени:

$$\hat{\mathbf{q}}_{j+1} = \Phi(T, \alpha) \mathbf{q}_j^*; \quad (8)$$

- вычислить ковариационную матрицу погрешностей, характеризующую точность предсказания вектора $\hat{\mathbf{q}}_{j+1}$:

$$\hat{\mathbf{K}}_{q(j+1)} = \Phi(T, \alpha) \mathbf{K}_{qj} \Phi(T, \alpha)^T + \mathbf{U}_j; \quad (9)$$

- рассчитать коэффициент усиления фильтра Калмана $\mathbf{S}_{j+1}$:

$$\mathbf{S}_{j+1} = \hat{\mathbf{K}}_{q(j+1)} \mathbf{C}_{j+1}^T \left[\mathbf{C}_{j+1} \hat{\mathbf{K}}_{q(j+1)} \mathbf{C}_{j+1}^T + \mathbf{W}_{j+1} \right]^{-1}, \quad (10)$$

где $\mathbf{W}_{j+1} = E[\mathbf{w}_{j+1} \mathbf{w}_{j+1}^T]$ – ковариационная матрица шумов измерений; $\mathbf{C}_{j+1}$ – матрица наблюдения, рассчитанная из точки экстраполированного значения вектора состояния;

- вычислить скорректированное значение (сглаженную оценку) вектора оцениваемых параметров $\mathbf{q}_{j+1}^*$ на $(j+1)$ -й момент времени:

$$\mathbf{q}_{j+1}^* = \hat{\mathbf{q}}_{j+1} + \mathbf{S}_{j+1} [\mathbf{R}_{(j+1)} - \hat{\mathbf{R}}_{(j+1)}(\hat{\mathbf{q}}_{j+1}, \mathbf{Q}_{j+1})], \quad (11)$$

где $\mathbf{R}_{(j+1)}$ – N -мерный вектор измерения псевдодальностей до спутников на $(j+1)$ -й момент времени;

$\hat{\mathbf{R}}_{(j+1)}(\hat{\mathbf{q}}_{j+1}, \mathbf{Q}_{j+1}) = \mathbf{R}_j(\mathbf{q}_j, \mathbf{Q}_j) + \mathbf{C}_j \cdot (\hat{\mathbf{q}}_{j+1} - \mathbf{q}_j)$ – N -мерный вектор псевдодальностей, рассчитанный на основе модели измерения (7) для экстраполированного значения вектора состояния ВС $\hat{\mathbf{q}}_{j+1}$ и известного значения вектора состояния навигационных спутников $\mathbf{Q}_{j+1}$;

- вычислить ковариационную матрицу $\mathbf{K}_{q(j+1)}$ погрешностей, характеризующую точность сформированной сглаженной оценки вектора состояния ВС $\hat{\mathbf{q}}_{j+1}$:

$$\mathbf{K}_{q(j+1)} = [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{j+1} \mathbf{C}_{j+1}] \hat{\mathbf{K}}_{q(j+1)} [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{j+1} \mathbf{C}_{j+1}]^T + \mathbf{S}_{j+1} \mathbf{W}_{j+1} \mathbf{S}_{j+1}^T. \quad (12)$$

После каждого нового измерения цикл вычислений повторяется.

Исследование точности алгоритма вторичной обработки навигационных сигналов

Исследование динамики ошибки оценки вектора состояния было проведено на основе обработки данных траектории и параметров полета высокоманевренного самолета типа Су-35. Истинная траектория и параметры полета самолета, с которыми впоследствии сравнивалась полученная оценка вектора состояния ВС, были сформированы в результате моделирования в среде авиасимулятора *FlightGear*. Траектория включает в себя этапы с интенсивным маневром (рис. 1).

Для краткости рассмотрим параметры движения ВС только по одной координате X . На рис. 2 показана истинная траектория ВС по оси X , а также динамика

изменения скорости и ускорения ВС по этой оси. На *рис. 2* видно, что этапы полета с наибольшей интенсивностью маневра приходятся на интервалы времени 160–170 с и 320–340 с, характеризующиеся наибольшими значениями ускорения и их резкими изменениями.

Для оценки вектора состояния ВС использовался описанный выше алгоритм расширенного фильтра Калмана, при этом параметры фильтра были выбраны $\alpha_x = 0,16 \text{ с}^{-1}$, а $\sigma_a = 0,9 \text{ м/с}^2$, что характерно для этапа полета с малой интенсивностью маневра (интервал 50–100 с).

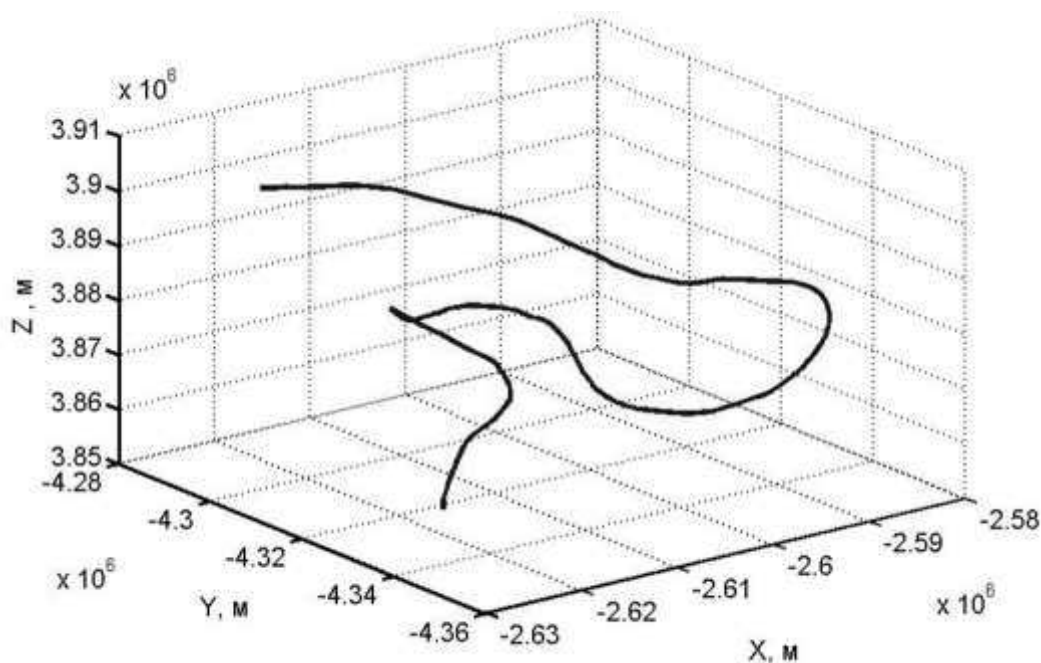


Рис. 1. Траектория полета самолета Су-35

Поскольку в работе исследуется некогерентный режим, то СКО ошибки измерений по каждому каналу было выбрано $\sigma_w = 10 \text{ м}$. Считалось, что шкалы времени приемника и спутников синхронны.

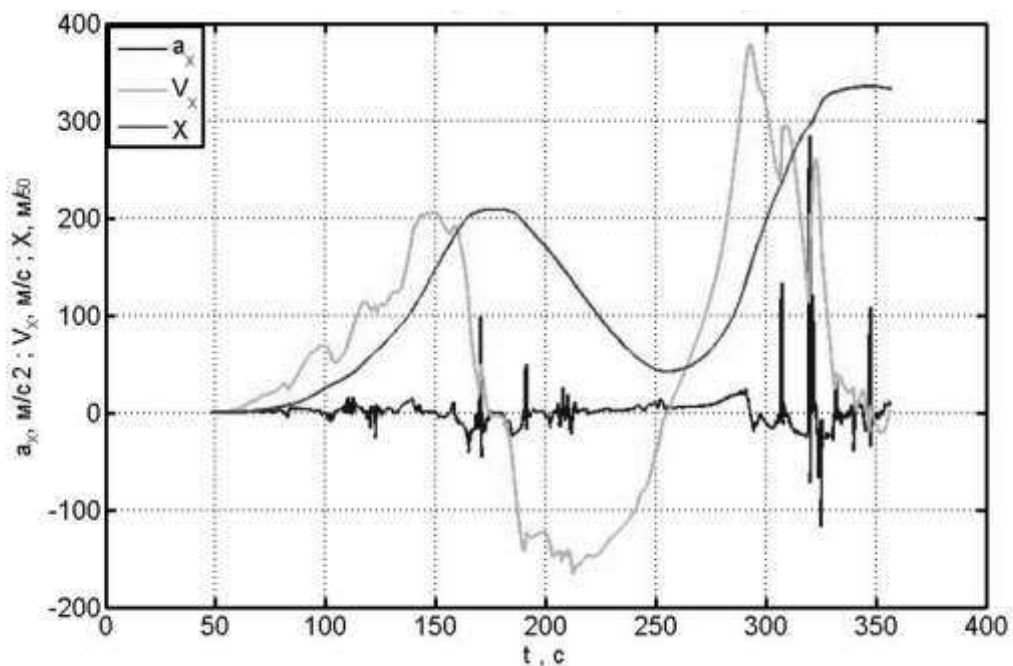


Рис. 2. Истинная траектория, динамика изменения скорости и ускорения ВС по оси X

Анализ результатов сравнения оценки вектора состояния ВС по оси X с истинной траекторией показывает высокую степень точности формируемой оценки. Результаты статистического анализа выхода фильтра в виде количественного показателя точности формируемой оценки показан на рис. 3 как временная зависимость абсолютной погрешности $\Delta x = x^* - x$, где x – истинное значение координаты X ВС. На этом же рисунке показана динамика изменения СКО формируемой оценки по координате X $2\sigma_x$ (пунктирная линия), где σ_x^2 – элемент формируемой ковариационной матрицы $K_{q(j+1)}$ погрешностей.

Анализ рис. 3 показывает, что точность формируемой оценки соответствует расчетному уровню: $\Delta x \leq 2\sigma_x$, и в основном не превышает 4 м, однако на этапах полета с интенсивным маневрированием как по направлению, так и по скорости значение погрешности увеличивается до 7 м и более чем в 1,5 раза превосходит уровень $2\sigma_x$.

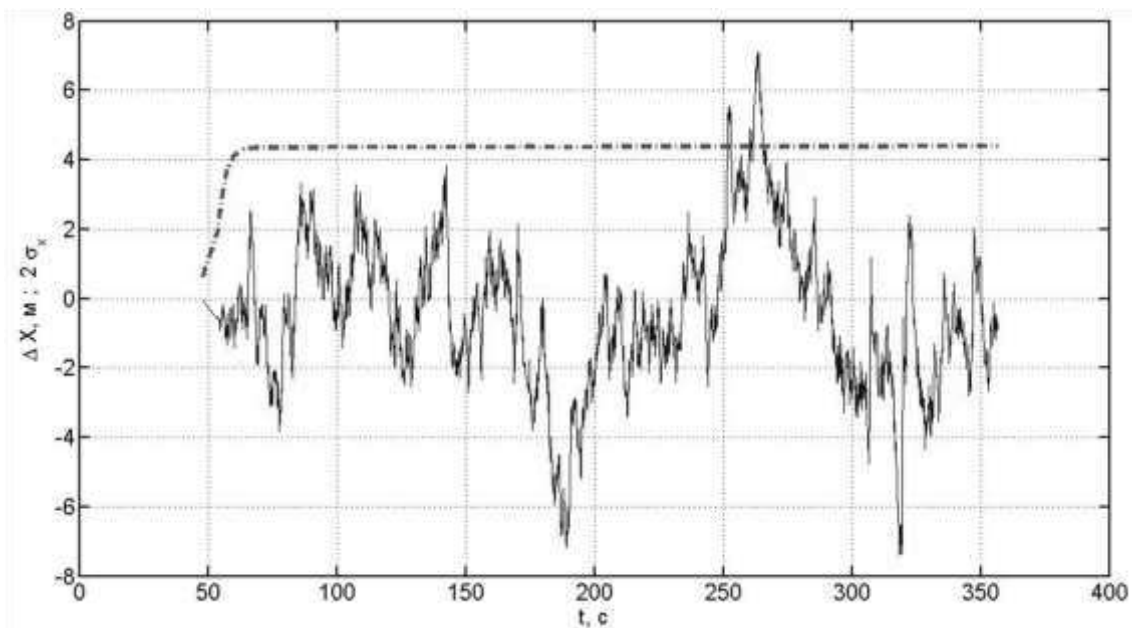


Рис. 3. Точность формируемой оценки вектора состояния ВС по оси X

Оценка вектора состояния по составляющей скорости V_x (рис. 4) и радиальной скорости $V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$ (рис. 5) оказалась более точной, при этом погрешность в основном не превышает 0.4 м/с.

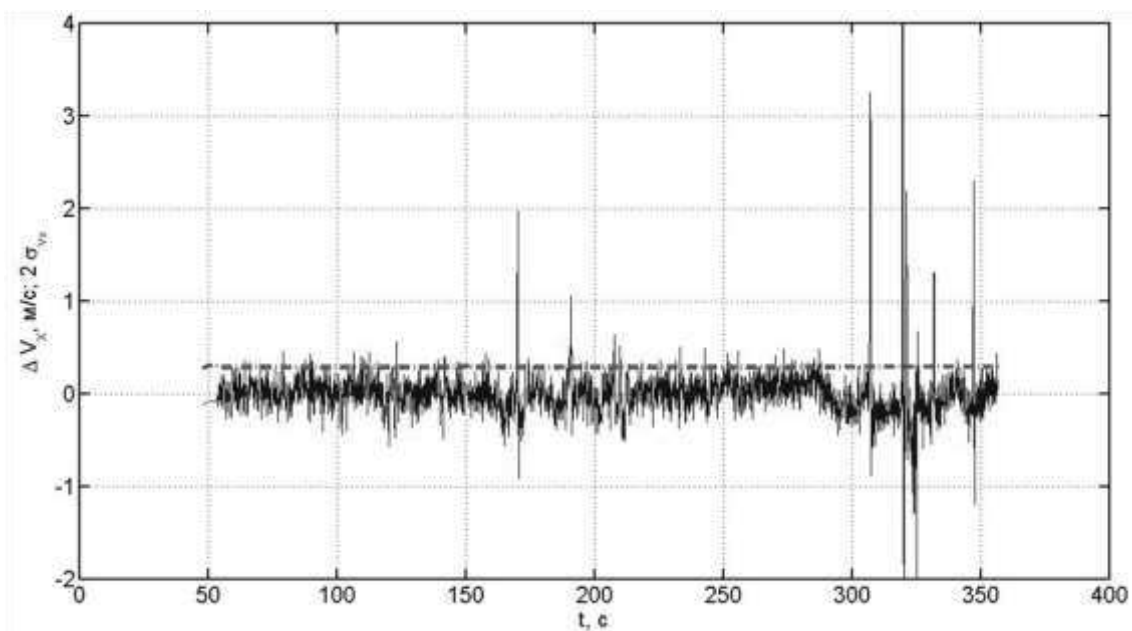


Рис. 4. Точность формируемой оценки вектора состояния ВС по составляющей скорости V_x

Радиальное отклонение точки оценки местоположения ВС от его истинного положения $\Delta R = \left[(x^* - x)^2 + (y^* - y)^2 + (z^* - z)^2 \right]^{1/2}$ на этапах интенсивного маневрирования увеличивается в 1,5 раза и достигает десяти метров (рис. 6).

Одной из причин ухудшения точности оценки вектора состояния [Абдалла, 2013, Wang, 2008] при интенсивном маневрировании ВС является несоответствие модели динамики объекта [Li, 2004], заложенной в оптимальном линейном фильтре, реальной динамике движения ВС (условиям функционирования).

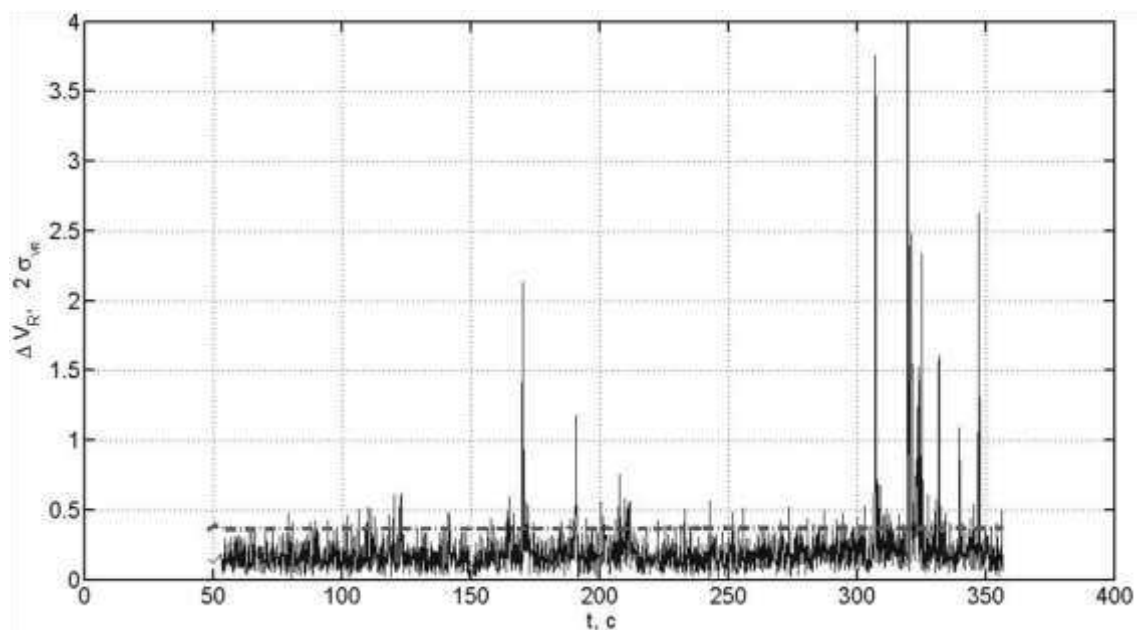
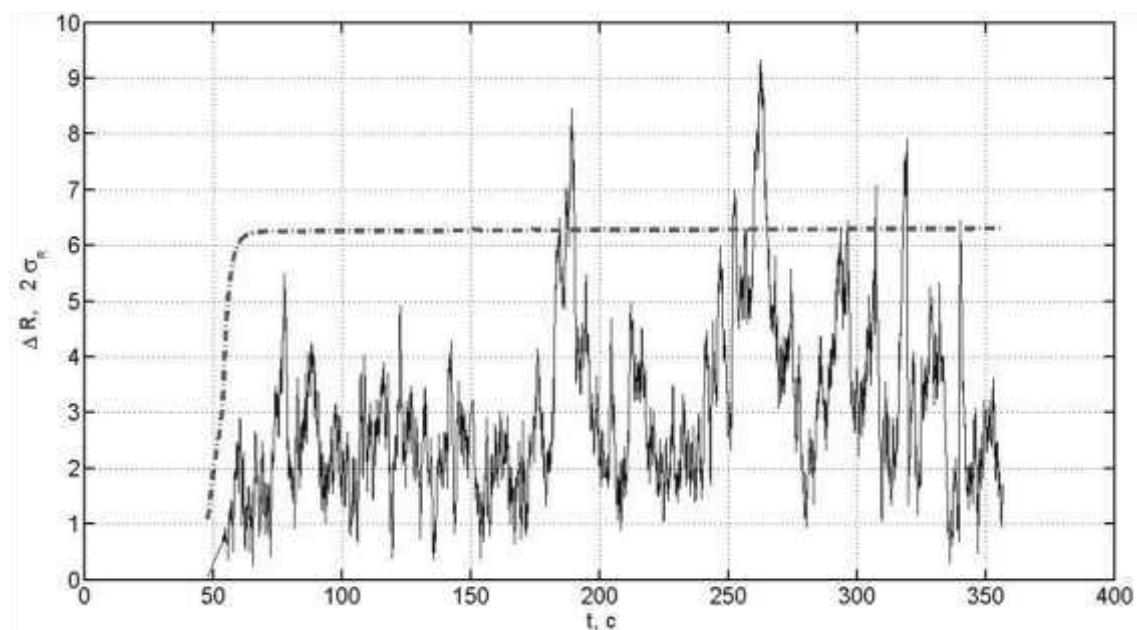


Рис. 5. Точность формируемой оценки вектора состояния ВС по радиальной скорости V_R



*Рис. 6. Радиальное отклонение точки оценки местоположения ВС
от его истинного положения*

Между тем спецификой функционирования авиационной АП ГНСС является высокая степень неопределенности априорных сведений, обусловленных изменением параметров движения ВС в процессе полета, его маневрированием. В таких условиях рассмотренный алгоритм оптимального оценивания либо функционирует с точностью, худшей, чем это определяется априорными дисперсиями ошибок фильтрации, либо вообще теряет устойчивость вследствие возникновения расходимости процессов фильтрации [Ярлыков, 1985, 2012].

В связи с этим весьма перспективным направлением, позволяющим уменьшить влияние отмеченных недостатков, является использование алгоритмов адаптивной фильтрации [Ярлыков, 1985, 2012].

Библиографический список

1. Абдалла Х. М. Оценка вектора состояния высокодинамичных летательных аппаратов по сигналам ГНСС с использованием расширенного фильтра Калмана / Х. М. Абдалла, В. В. Кирюшкин, В. И. Костылев // Радиолокация, навигация и связь: XIX Международная научно-техническая конференция, г. Воронеж, 16–18 апреля 2013 г. Воронеж: 2013. Т. 3. С. 1958–1969.
2. Перов А. И. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. Издание 4-е, перераб. и доп. М.: Радиотехника, 2010. 795 с.
3. Рындяев А. П. Спутниковая навигационная аппаратура для отечественной авиации // Новости навигации. № 4. 2009. С. 33–36.
4. Шабшеевич В. С. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / Под ред. П. П. Дмитриева, В. С. Шабшеевича. М.: Радио и связь, 1982. 272 с.
5. Ярлыков М. С. Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985. 344 с.
6. Ярлыков М. С. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов Т. 1. Теоретические основы / Под ред. М. С. Ярлыкова. М.: Радиотехника, 2012. 504 с.
7. Bar-Shalom Ya. Estimation with Applications To Tracking and Navigation / Ya. Bar-Shalom, X. Rong Li, Thiagalingam Kirubarajan // John Wiley & Sons, Inc, New York, 2001, P. 558.
8. Brown R. Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering. 3rd ed. / Brown R. and Hwang // New York: Wiley, 1997, P. 383.
9. Grafarend, E.W. A Closed-form Solution of the Nonlinear Pseudo-Ranging Equations (GPS) / Grafarend E.W. and Chan J. // Artificial Satellites Planetary Geodesy, 1996, № 28. P. 133-147.

10. *Helpferty, James P.* Improved Tracking of Maneuvering Targets: The use of Turn-Rate Distributions for Acceleration Modeling / James P. Helpferty // IEEE transactions on aerospace and electronic systems vol. 32, №4, October 1996, P. 1355–1361.

11. *Li, X. Rong* Survey of maneuvering Target Tracking. Part 1: Dynamic Models / X. Rong LI, Vesseling P. Jilkov // IEEE transactions on aerospace and electronic systems vol. 39, №4, October 2003. P. 1333-1363.

12. *Li, X. Rong* A Survey of maneuvering Target Tracking.: Approximation Techniques for Non-linear Filtering / X. Rong LI, Vesseling P. Jilkov // Proceedings of 2004 SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets, San Diego, CA, USA, April 2004. (5428-62). P. 537-550.

13. *Singer R.A.* Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets / R.A. Singer // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1970. V. AES-6. № 4. P. 473–783.

14. *Wang, Jian-Guo.* Test Statistics in Kalman Filtering / Jian-Guo Wang // Journal of Global Positioning Systems. 2008. V. 7. №. 1. P. 81–90.

References

1. Abdullah H. M. (2013). Estimation of the state vector of highly dynamic aircraft in GNSS signals using the extended Kalman filter / H. M. Abdullah, V. V. Kiryushkin, V. I. Kostylev // Radar, navigation and communication: XIX international scientific and technical conference, Voronezh, Russia, 16-18 April 2013, Voronezh: 2013. Vol. 3. P. 1958-1969. (in Russian)

2. Perov A. I. (2010). GLONASS. The principles of construction and operation / edited by A. I. Perov, V. N. Kharisova. Edition 4th, Rev. and EXT., Moscow: Radio Engineering, 2010. 795 p. (in Russian)

3. Ryndyayev A.P. (2009). Satellite navigation equipment for domestic aviation // Navigation News. No. 4. 2009. P. 33-36. (in Russian)

4. Shabshaevich V. S. (1982). Network satellite navigation system / ed. by p. P. Dmitriev, V. S. Shebshaevich. Moscow: Radio and communication, 1982. 272 p. (in Russian)

5. Yarlykov M. S. (1985). Statistical theory of radionavigation. Moscow: Radio and communication, 1985. 344 p. (in Russian)

6. Yarlykov M. S. (2012). Radio-electronic systems of navigation, sighting and weapons control aircraft vol. 1 Theoretical foundations / ed. by M. S. Yarlykov. Moscow: Radio Engineering, 2012. 504 p.

7. *Bar-Shalom Ya.* (2001). Estimation with Applications To Tracking and Navigation / Ya. Bar-Shalom, X. Rong Li, Thiagalingam Kirubarajan// John Wiley& Sons, Inc, New York, 2001, P. 558.

8. *Brown R.(1997). Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering. 3rd ed. / Brown R. and Hwang // New York: Wiley,1997, P. 383.*
9. *Grafarend, E.W. (1996). A Closed-form Solution of the Nonlinear Pseudo-Ranging Equations (GPS) / Grafarend E.W. and Chan J.// Artificial Satellites Planetary Geodesy, 1996, № 28. P. 133-147.*
10. *Helpferty, James P.(1996). Improved Tracking of Maneuvering Targets: The use of Turn-Rate Distributions for Acceleration Modeling / James P. Helpferty // IEEE transactions on aerospace and electronic systems vol. 32, №.4, October 1996, P. 1355–1361.*
11. *Li, X. (2003). Rong Survey of maneuvering Target Tracking. Part 1: Dynamic Models / X. Rong LI, Vesseling P. Jilkov // IEE transactions on aerospace and electronic systems vol. 39, №4, October 2003. P. 1333-1363.*
12. *Li, X. (2004). Rong A Survey of maneuvering Target Tracking.: Approximation Techniques for Nonlinear Filtering / X. Rong LI, Vesseling P. Jilkov //Proceedings of 2004 SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets, San Diego, CA, USA, April 2004. (5428-62). P. 537-550.*
13. *Singer R.A. (1970). Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets / R.A. Singer // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1970. V. AES-6. № 4. P. 473–783.*
14. *Wang, Jian-Guo. (2008). Test Statistics in Kalman Filtering / Jian-Guo Wang // Journal of Global Positioning Systems. 2008. V. 7. №. 1. P. 81–90.*