

УДК 629.735-519

ББК 39.52С21

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕТРОВЫХ
ВОЗМУЩЕНИЙ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ВЕРТИКАЛЬНЫЙ КАНАЛ
БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА**

Андрей Анатольевич Санько

кандидат технических наук, доцент

Учреждение образования «Белорусская государственная

академия авиации»

Минск, Беларусь

min.777.144@mail.ru

Игорь Владимирович Рожков

Учреждение образования «Белорусская государственная

академия авиации»

Минск, Беларусь

7528972@mail.ru

Дмитрий Александрович Смольский

Учреждение образования «Белорусская государственная

академия авиации»

Минск, Беларусь

frankyjohn2014@gmail.com

В статье представлены математические зависимости составляющей ветра в вертикальном канале от параметров полета беспилотного летательного аппарата (БЛА), силы ветра и особенности его моделирования. Найдены значимые факторы влияния условий моделирования на составляющую ветра, действующую на БЛА в вертикальном канале.

Ключевые слова: ветер, беспилотный летательный аппарат, факторный эксперимент, математические зависимости.

**MATHEMATICAL MODELING OF WIND DISTURBANCES ACTING ON
THE VERTICAL CHANNEL OF AN UNMANNED AERIAL VEHICLE**

Andrej Anatol'evich San'ko

Candidate of Technical Sciences

Belarusian State Academy of Aviation

Minsk, Belarus

min.777.144@mail.ru

Igor Vladimirovich Rozhkov

Belarusian State Academy of Aviation

Minsk, Belarus

7528972@mail.ru

Dmitriy Alexandrovich Smol'skiy

Belarusian State Academy of Aviation

Minsk, Belarus

frankyjohn2014@gmail.com

The paper presents the mathematical dependences of the wind component in the vertical channel on the flight parameters of an unmanned aerial vehicle (UAV), wind strength and features of its modeling. Significant factors of modeling conditions influence on the wind component acting on the UAV in the vertical channel are found.

Keywords: wind, unmanned aerial vehicle, factor experiment, mathematical dependences.

Введение

Задача синтеза систем управления БЛА характеризуется сложностью их математических моделей и наличием существенных ограничений и возмущений. К основным ограничениям можно отнести ограничения, обусловленные нелинейностью исполнительных элементов БЛА, входящих в состав автопилота и ветровые возмущения, действующие на БЛА. Вопросам разработки робастных систем автоматического управления БЛА (рассматривались только внутренние возмущения) посвящён ряд работ: [Робастный автопилот канала тангажа летательного аппарата: пат. 18251 Респ. Беларусь, Малкин; Гриднев, 2017 и т.д.], влияние ветровых возмущений на работу контура автопилота не рассматривалось.

Постановка задачи исследования

В данной работе предлагается исследовать степень влияния параметров полета БЛА, ветра и параметров моделирования на составляющую ветра, действующую на БЛА в вертикальном канале. Полученные результаты позволят упростить процедуру моделирования действия ветра на контур автопилота по тангажу.

Решение задачи

Суммарный вектор скорости ветра, действующий на БЛА, может быть выражен, как [Рэндал, 2015, с. 312]:

$$V_w = V_{ws} + V_{wg},$$

где V_{ws} – ветер устойчивого направления (выражается в инерциальной системе координат – ИСК); V_{wg} – стохастическая компонента ветра (выражается в связанной системе координат – ССК).

Значение V_{ws} для БЛА можно вычислить, как [<https://www.mathworks.com>]:

$$V_{ws} = V_6 \cdot \frac{\ln\left(\frac{h}{z_0}\right)}{\ln\left(\frac{6}{z_0}\right)}, \quad 1 \text{ м} < h < 300 \text{ м}, \quad (1)$$

где V_6 – среднегодовая скорость ветра на высоте 6 метров для заданного участка местности; h – текущая высота полета БЛА; Z_0 – коэффициент (для указанных высот, выбирается – 0,15).

На средних и больших высотах параметры для модели порывов ветра основываются на предположении, что турбулентность ветра изотропная. Неустановившуюся порывистую часть ветра можно смоделировать путем пропускания сигнала через линейный фильтр белого шума, который задается спектром турбулентности фон Кармана [Рэндал, 2015, с. 312]. Для этого целесообразно использовать передаточные функции вида:

$$H_x(s) = \sigma_x \sqrt{\frac{2V_a}{L_x}} \cdot \frac{1}{s + \frac{V_a}{L_x}}; \quad (2) \quad H_y(s) = \sigma_y \sqrt{\frac{3V_a}{L_y}} \cdot \frac{\left(s + \frac{V_a}{\sqrt{3}L_y}\right)}{\left(s + \frac{V_a}{L_y}\right)^2}; \quad (3)$$

$$H_z(s) = \sigma_z \sqrt{\frac{3V_a}{L_z}} \cdot \frac{\left(s + \frac{V_a}{\sqrt{3}L_z}\right)}{\left(s + \frac{V_a}{L_z}\right)^2}; \quad (4)$$

где L_x, L_y, L_z – масштаб турбулентности; V_a – воздушная скорость БЛА; $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – интенсивности турбулентности вдоль осей ССК БЛА.

Параметры для модели порывов ветра определены в MIL-F-8785C [Flying Qualities of Piloted Airplanes, 1980]. Подходящие параметры в случае небольших и средних высот, слабой и умеренной турбулентности представлены в таблице 1 [W. Langelaan, 2010].

Таблица 1 – Параметры модели порыва ветра Драйдена

Описание порыва ветра	h , м	L_x, L_z , м	L_y , м	σ_x, σ_z , м	σ_y , м
Слабая турбулентность	50	200	50	1,06	0,7
Умеренная турбулентность	50	200	50	2,12	1,4
Слабая турбулентность	600	533	533	1,5	1,5
Умеренная турбулентность	600	533	533	3	3

Проведенные исследования показали [Характеристики ветровых возмущений в нижних слоях атмосферы, 1979], что $300 \text{ м} < h < 600 \text{ м}$, существует

линейная интерполяция между значениями σ и L от высоты полета БЛА. Используя данные табл. 1, уравнения связи σ и L от высоты полета, имеют вид:

$$L_z(h) = L_x(h) = -169,72 + 0,605 \cdot h; \quad (5)$$

$$L_y(h) = 6,09 + 0,878 \cdot h; \quad (6)$$

$$\sigma_x(h) = \sigma_z(h) = 1,02 + 0,0008 \cdot h; \text{ (слабая турбулентность)} \quad (7)$$

$$\sigma_y(h) = 0,627 + 0,0014 \cdot h; \text{ (слабая турбулентность)} \quad (8)$$

$$\sigma_y(h) = 1,254 + 0,0029 \cdot h; \text{ (умеренная турбулентность)} \quad (9)$$

В приземном слое атмосферы ($h < 300$ м), параметры спектральных плотностей различных компонентов скорости ветра различны и изменяются с изменением высоты полета [Характеристики ветровых возмущений в нижних слоях атмосферы, 1979; Flying Qualities of Piloted Airplanes, 1980]:

$$L_x = L_y = \frac{1}{[0.177+0.823(h/300)]^{1.2}}; L_z = h; \quad (10)$$

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_z} = \frac{\sigma_y}{\sigma_z} = \frac{1}{[0.177+0.823(h/300)]^{0.4}}, \text{ где } \sigma_z = 0,1 \cdot V_6; \quad (11)$$

$$\sigma_y = 0,1 \cdot V_6 \cdot \frac{1}{[0.177+0.823(h/300)]^{0.4}}; \text{ (слабая турбулентность)} \quad (12)$$

$$\sigma_y = 0,2 \cdot V_6 \cdot \frac{1}{[0.177+0.823(h/300)]^{0.4}}; \text{ (умеренная турбулентность)} \quad (13)$$

На рисунке 1 представлена модель расчета значений скорости ветра, действующего на БЛА в ССК.

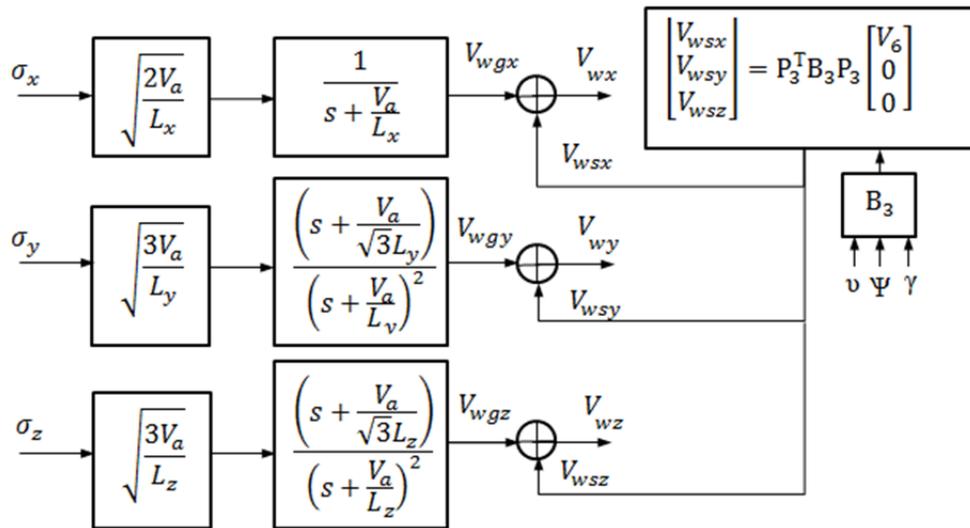


Рисунок 1 – Модель расчета ветра, действующего на БЛА в ССК

На рисунке 1: B_3 – универсальная матрица направляющих косинусов, где:

$\psi^* = \psi$; $v^* = v$; $\gamma^* = \gamma$; P_3 – перестановочная матрица.

$$B_3 = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix},$$

где:

$$\begin{aligned} b_{11} &= \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin v \sin \gamma; & b_{21} &= \sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin v \sin \gamma; \\ b_{12} &= -\cos v \sin \gamma; & b_{22} &= -\cos v \cos \psi; \\ b_{13} &= \cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin v \cos \gamma; & b_{23} &= \sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin v \cos \gamma; \\ b_{31} &= -\cos v \sin \gamma; \\ b_{32} &= \sin v; \\ b_{33} &= \cos v \cos \gamma; \end{aligned}$$

Моделирование передаточных функций Драйдена (2-4), выполнялось в системе виртуального вычисления *Matlab*. Значения интенсивности турбулентности ветра вдоль вертикальной оси (ось OY – ССК) вычислялись по модели, представленной на рисунке 2.

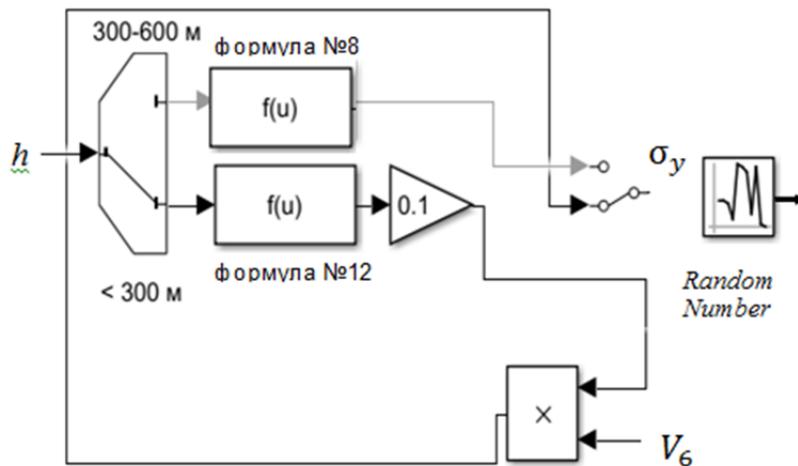


Рисунок 2 – Модель расчета интенсивности турбулентности ветра вдоль оси OY – ССК, в системе виртуального вычисления *Matlab*

В функции *Random Number* происходит моделирование случайного числа по нормальному закону распределения, с математическим ожиданием – *Mean*: = 0 и дисперсией *Variance*: = $(\sigma_y)^2$. Модельное время *Sample time*: выбирается в пределах $\Delta t = 0,1-0,5$ с [Atmospheric Turbulence Simulation Techniques With Application to Flight Analysis, CONTRACT NASS-32692, 1980]. Результаты расчета значений ветровых возмущений действующих на ось OY – ССК БЛА, при: $\gamma = 1$ град; $\nu = 5$ град; $\psi = 100$ град и $\Delta t = 0.25$ с, представлены на рисунках 3-5.

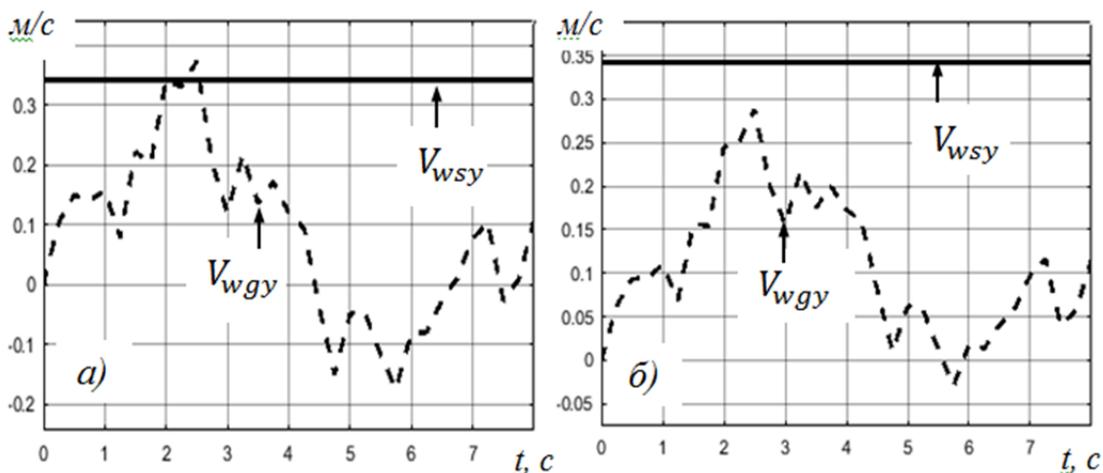


Рисунок 3 – Результаты моделирования значений стохастической компоненты ветра и ветра устойчивого направления (слабая турбулентность) ($H= 50$ м; $V_6=2.5$ м/с), при: а) $V_a = 15$ м/с; б) $V_a = 5$ м/с

Для численной оценки влияния параметров полета БЛА, ветра и параметров моделирования на составляющую ветра, действующую на БЛА в вертикальном канале, был проведен факторный эксперимент. Его результаты позволят указать на факторы, которые целесообразно не использовать при моделировании действия ветра на контур автопилота БЛА по тангажу.

Факторы рассматриваются как детерминированные величины x_1, x_2, \dots, x_k , отклик – как случайная величина Y . Так как вид функции отклика не определен, то в простейшем случае было выбрано (эмпирическое уравнение регрессии) в виде полинома первого порядка и в виде полного квадратичного уравнения [Кузнецов, 2006], и по результатам экспериментов проверяется адекватность выбранной модели.

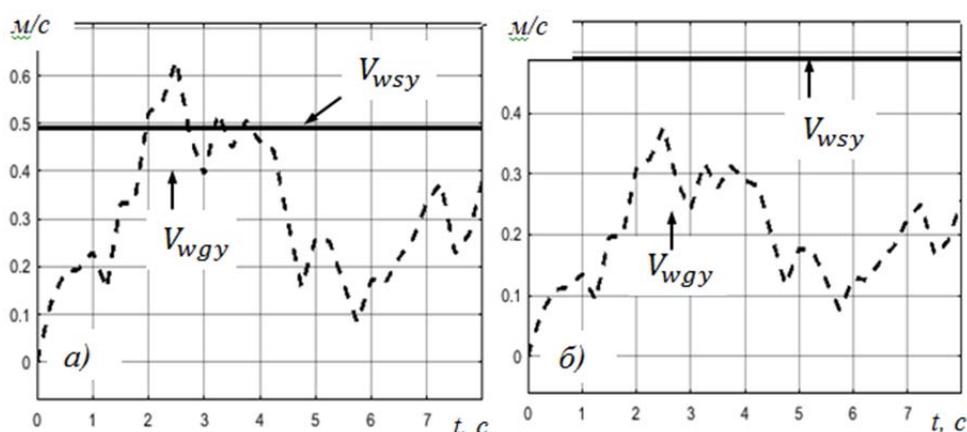


Рисунок 4 – Результаты моделирования значений стохастической компоненты ветра и ветра устойчивого направления (слабая турбулентность) ($H = 600$ м; $V_{\sigma} = 2.5$ м/с), при: а) $V_a = 15$ м/с; б) $V_a = 5$ м/с

Проведение полнофакторного эксперимента выполнялось при факторах, зафиксированных на уровнях, указанных в таблице 2. Максимальный уровень фактора равен +1, минимальный -1 и средний 0. В качестве факторов были взяты типовые значения параметров полета БЛА при посадке, параметры ветра при его слабой турбулентности и модельное время *Sample time*.

Для количественной проверки гипотезы об адекватности выбранных моделей, использовался коэффициент детерминации – R^2 .

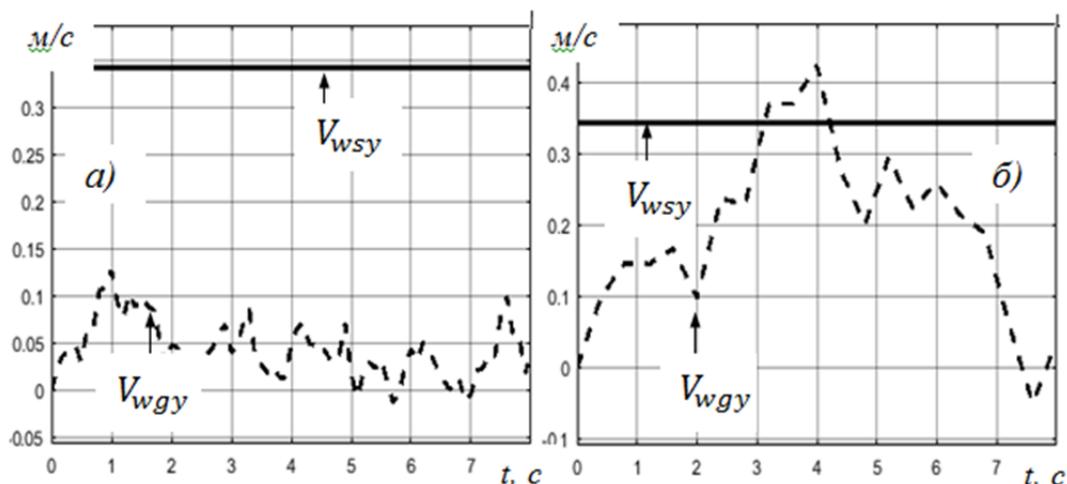


Рисунок 5 – Результаты моделирования значений стохастической компоненты ветра и ветра устойчивого направления (слабая турбулентность) ($H = 50$ м; $V_6 = 2.5$ м/с; $V_a = 5$ м/с), при: *а) $\Delta t = 0.1$; б) $\Delta t = 0.4$*

Таблица 2 – Варьируемые факторы

Факторы	Уровни			Интервал	Размерность
	-1	0	+1		
Фактор x_1	2,5	5	7,5	2,5	$H, м$
Фактор x_2	50	300	550	250	$V_6, м/с$
Фактор x_3	5	10	15	5	$V_6, м/с$
Фактор x_4	5	10	15	5	$v, град$
Фактор x_5	0,1	0,25	0,4	0,15	$\Delta t, с$

Как показали проведенные исследования (см. табл. 3-4):

1. Зависимость значения стохастической компоненты ветра в вертикальном канале – V_{wgy} от варьируемых факторов адекватно описывается линейной моделью ($R^2 = 0.88$, при $R^2_{крит} = 0,7$ [Кузнецов, 2006]):

$$V_{wgy} = a_0 + a_1 \cdot H + a_2 \cdot V_a + a_3 \cdot V_6 + a_4 \cdot v + a_5 \cdot \Delta t; \quad (14)$$

– скоростью полета БЛА – $V_a(x_2)$ на величину – V_{wgy} , можно пренебречь;

– самым значимым фактором на величину V_{wgy} , является модельное время (длительность порыва ветра) $\Delta t (x_5)$.

2. Зависимость значения ветра устойчивого направления в вертикальном канале – V_{wsy} от варьируемых факторов нельзя описать линейной моделью, так как $R^2 = 0,55$. Для ее описания подходит нелинейная модель в виде квадратичного уравнения, при $R^2 = 0,96$:

$$V_{wsy} = a_0 + a_1 \cdot H + a_2 \cdot V_a + a_3 \cdot V_6 + a_4 \cdot v + a_5 \cdot \Delta t + a_6 \cdot H^2 + a_7 \cdot V_a^2 + a_8 \cdot V_6^2 + a_9 \cdot v^2 + a_{10} \cdot \Delta t^2 + a_{11} \cdot 2 \cdot H \cdot V_a \cdot V_6 \cdot v \cdot \Delta t; \quad (15)$$

- скоростью и высотой полета БЛА $H(a_1)$, $V_a(a_2)$, а также составляющей $-\Delta t^2$ (a_{10}) на величину V_{wsy} , можно пренебречь;
- самым значимым фактором на величину V_{wsy} , является составляющая $-2 \cdot H \cdot V_a \cdot V_6 \cdot v \cdot \Delta t$ (a_{11}).

Таблица 3 – Регрессионная статистика стохастической компоненты ветра (линейная зависимость (14))

$R^2 = 0,88$	Коэффициенты	t-статистика
Y-пересечение	-0,072	-0,914
Переменная a_1	-1,38E-05	-0,199
Переменная a_2	-0,00039	-0,088
Переменная a_3	0,0161	2,237
Переменная a_4	0,0046	0,763
Переменная a_5	0,7807	4,477

Таблица 4 – Регрессионная статистика по ветру устойчивого направления (квадратичная зависимость (15))

$R^2 = 0,96$	Коэфф.	t-стат.		Коэфф.	t-стат.
Y-пересечение	-1,174	-1,32	Переменная a_6	8,62E-07	2,104
Переменная a_1	0	0	Переменная a_7	0,0002	0,260
Переменная a_2	0	0	Переменная a_8	-0,012	-0,720

Переменная a_3	0,286	1,484	Переменная a_9	-0,0011	-0,083
Переменная a_4	0,191	0,763	Переменная a_{10}	0	0
Переменная a_5	-0,131	-0,202	Переменная a_{11}	-1,01E-05	-5,448

Заключение

В процессе выше проведенных исследований:

- была получена математическая модель расчета ветра, действующего на БЛА в связанной системе координат;
- получены математические зависимости составляющей ветра устойчивого направления и ее стохастической компоненты в вертикальном канале от параметров полета БЛА, силы ветра и особенности его моделирования в *Matlab*;
- определены значимые факторы влияния условий моделирования на составляющую ветра, действующую на БЛА в вертикальном канале.

Полученные результаты позволят упростить процедуру моделирования и анализа воздействия ветра на продольный контур автопилота БЛА.

Библиографический список

1. Гриднев Ю. В. Робастный автопилот канала тангажа беспилотного летательного аппарата / Ю. В. Гриднев, А. Г. Иванов // Доклады БГУИР. 2017. № 3 (150). С. 40–44.
2. Кузнецов В. М. Основы научных исследований. Киров: Зональный НИИСХ Северо-Востока, 2006. 568 с.
3. Робастный автопилот канала тангажа летательного аппарата: пат. 18251 Респ. Беларусь / В. А. Малкин, Ю. В. Гриднев, А. Н. Пальцев, А. А. Цанав; заявитель Государственное научное учреждение «Физико-технический институт Национальной академии наук Беларуси». – № а 20111592; заявл. 24.11.11; опубл. 30.06.13 // Официальный бюл. / Нац. центр интеллектуал. собственности. 2013. С. 8.
4. Рэндал У. Биард, Тимоти У. МакЛэйн. Малые беспилотные летательные аппараты: теория и практика. Москва: ТЕХНОСФЕРА, 2015. 312 с.

5. Характеристики ветровых возмущений в нижних слоях атмосферы // Обзор ОНТИ ЦАГИ. 1979, № 545.

6. Atmospheric Turbulence Simulation Techniques With Application to Flight Analysis, CONTRACT NASS-32692 SEPTEMBER – 1980.

7. Flying Qualities of Piloted Airplanes. U.S. Military Specification MIL-F-8785C. Washington, D.C.: U.S. Department of Defense, 1980. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.energywind.ru/recomendacii/skorost-vetra-belarus.html> (дата обращения: 10.01.2019).

8. Langelaan J. W., Alley N., and J. Niedhoefer, Wind field estimation for small unmanned aerial vehicles in AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, AIAA 2010 8177 / August 2010. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.mathworks.com/help/aerotbx/environment.html> (дата обращения: 10.01.2019).

References

1. Atmospheric Turbulence Simulation Techniques with Application to Flight Analysis, CONTRACT NASS-32692 SEPTEMBER – 1980. (in English)

2. Characteristics of wind disturbances in the lower atmosphere // Overview ONTI TSAGI. 1979, No. 545. (in Russian)

3. Flying Qualities of Piloted Airplanes. U.S. Military Specification MIL-F-8785C. Washington, D.C.: U.S. Department of Defense, 1980. [Electronic source]. – <https://www.energywind.ru/recomendacii/skorost-vetra-belarus.html> (accessed date: 10.01.2019). (in English)

4. *Gridnev Yu. V.* (2017) Robust autopilot of the pitch channel of an unmanned aerial vehicle / Yu. V. Gridnev, A. G. Ivanov // Reports of BSUIR. 2017. № 3 (150). P. 40–44. (in Russian)

5. *Kuznetsov V. M.* (2006) Fundamentals of scientific research. Kirov: Zonal research Institute of the North-East, 2006. 568 p. (in Russian)

6. Langelaan J. W., Alley N., and J. Niedhoefer. (2010) Wind field estimation for small unmanned aerial vehicles in AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, AIAA 2010 8177 / August 2010. [Electronic source]. –<https://www.mathworks.com/help/aerotbx/environment.html> (accessed date: 10.01.2019). (in English)

7. Randal W. Byard, Timothy W. McLain. (2015) Small unmanned aerial vehicles: theory and practice. Moscow: TECHNOSPHERA, 2015. 312 p. (in Russian)

8. Robust autopilot of the pitch channel of the aircraft: Pat. 18251 Rep. Belarus / V.A. Malkin, Yu.V. Gridnev, A.N. Fingers, A.A. Tsanova; applicant State Scientific Institution "Physico-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Belarus." - № a 20111592; declared 11.11.11; publ. 30.06.13 // official bulletin. / National center of intellectual property. 2013. P. 8. (in Russian)